



**VIII Festiwal Nauki
i Sztuki**
na
Wydziale Fizyki UAM

VIII Festiwal Nauki i Sztuki
na
Wydziale Fizyki UAM

Kryptografia kwantowa raz jeszcze

Ryszard Tanaś

<http://zon8.physd.amu.edu.pl/~tanas>

13 października 2005



Enigma

niemiecka maszyna szyfrująca

Marian Rejewski

Jerzy Różycki

Henryk Zygałski

polscy matematycy, którzy

złamali szyfr enigmy

Plan wykładu

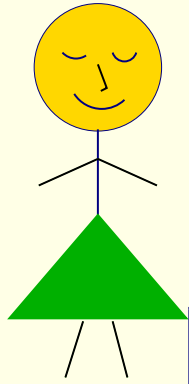
1	Główne postacie	6
2	Kanał łączności	7
3	Szyfr Vernama (one-time pad) — nie do złamania	9
4	Klasyczne systemy kryptograficzne	11
4.1	Systemy z kluczem tajnym	11
4.2	Systemy z kluczem publicznym	13
5	Fotony i ich polaryzacja	18
6	Kryptografia kwantowa	49
6.1	Alfabetów kwantowe	49

6.2 Protokół BB84 (Bennett i Brassard, 1984) 50

7 Kryptografia kwantowa w praktyce 63

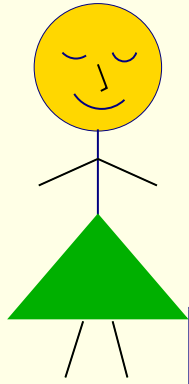
1 Główne postacie

1 Główne postacie

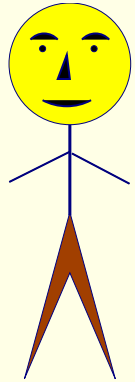


Alicja — nadawca informacji

1 Główne postacie

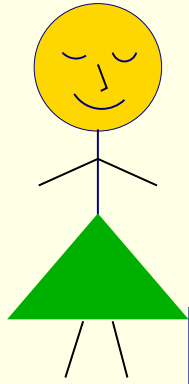


Alicja — nadawca informacji

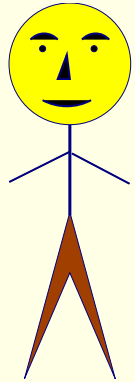


Bolek — odbiorca (adresat) informacji

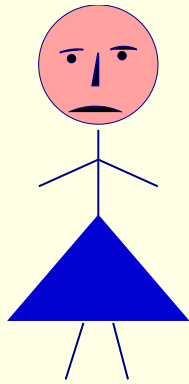
1 Główne postacie



Alicja — nadawca informacji

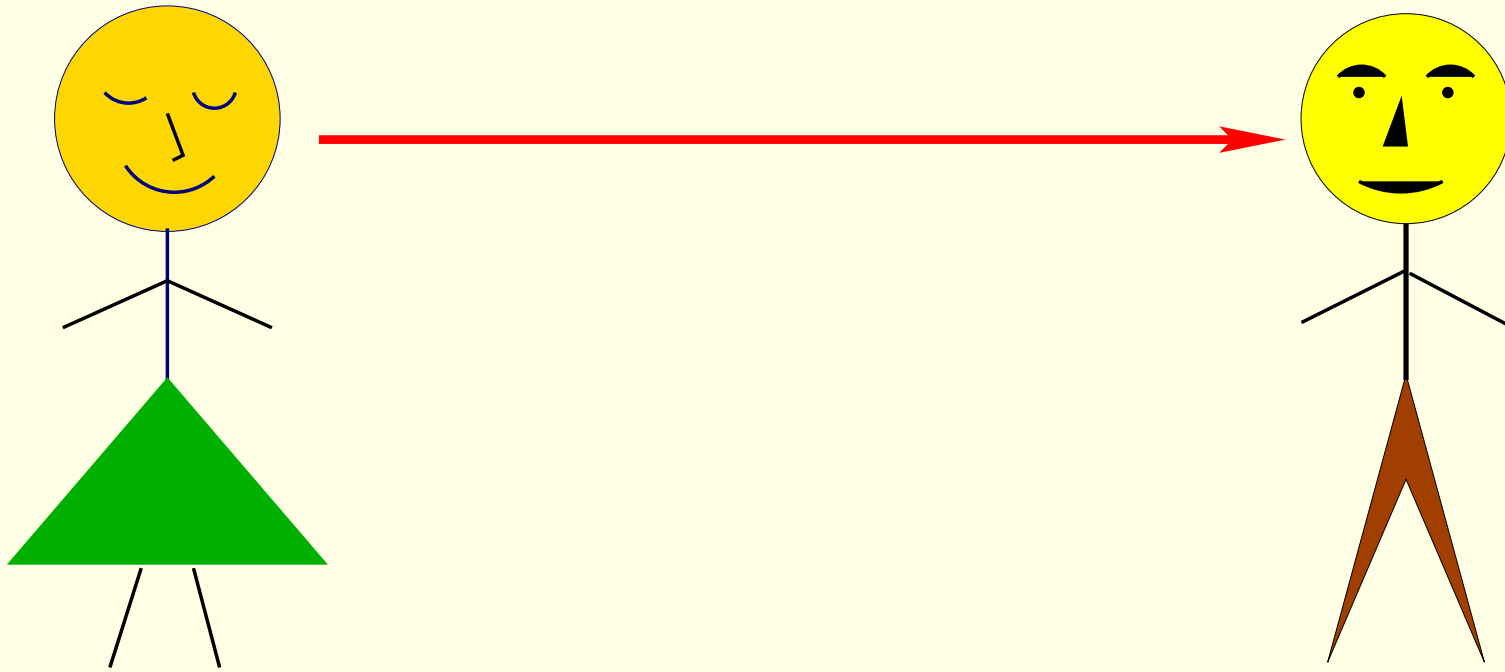


Bolek — odbiorca (adresat) informacji

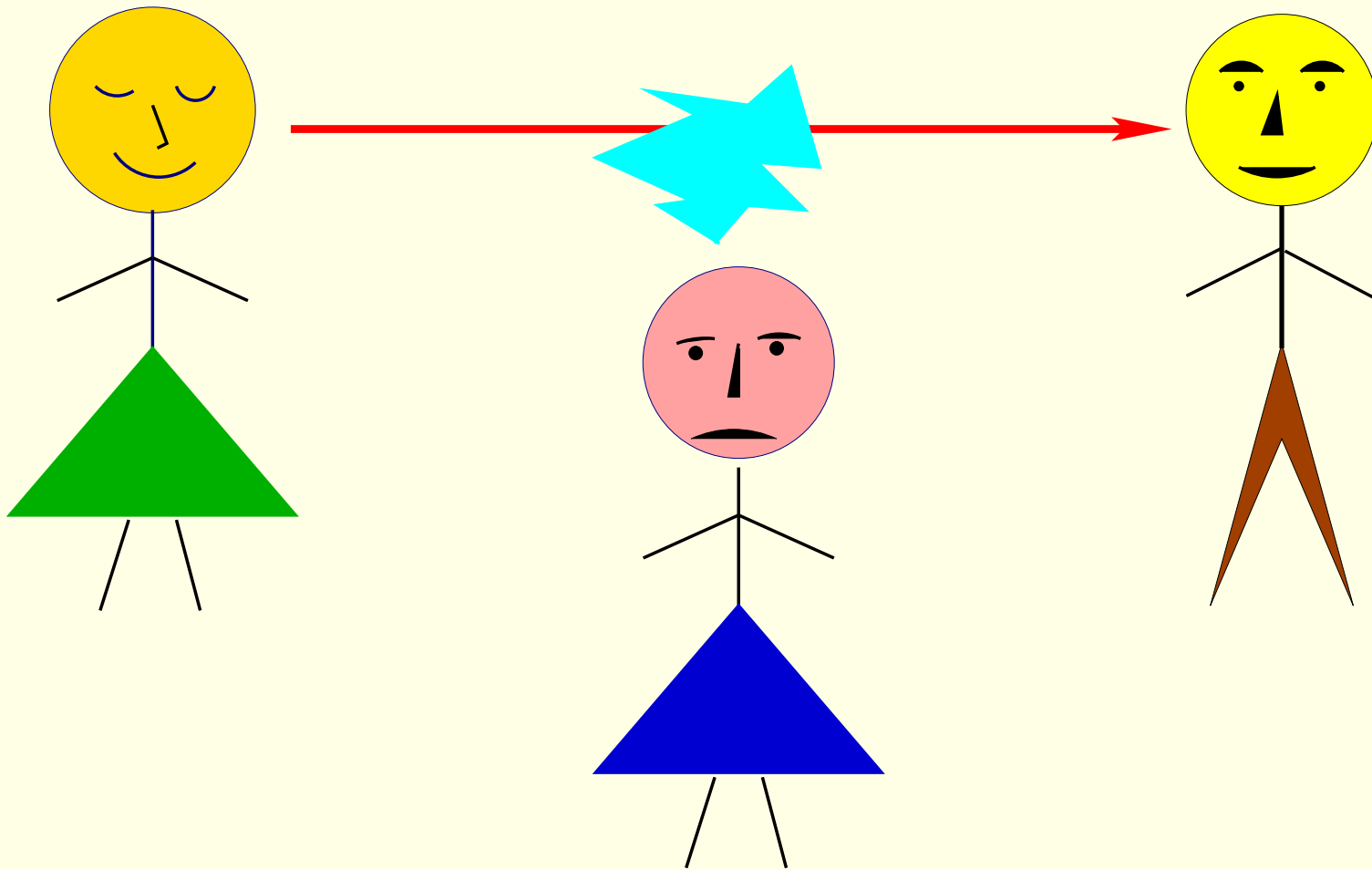


Ewa — usiłująca przechwycić informację

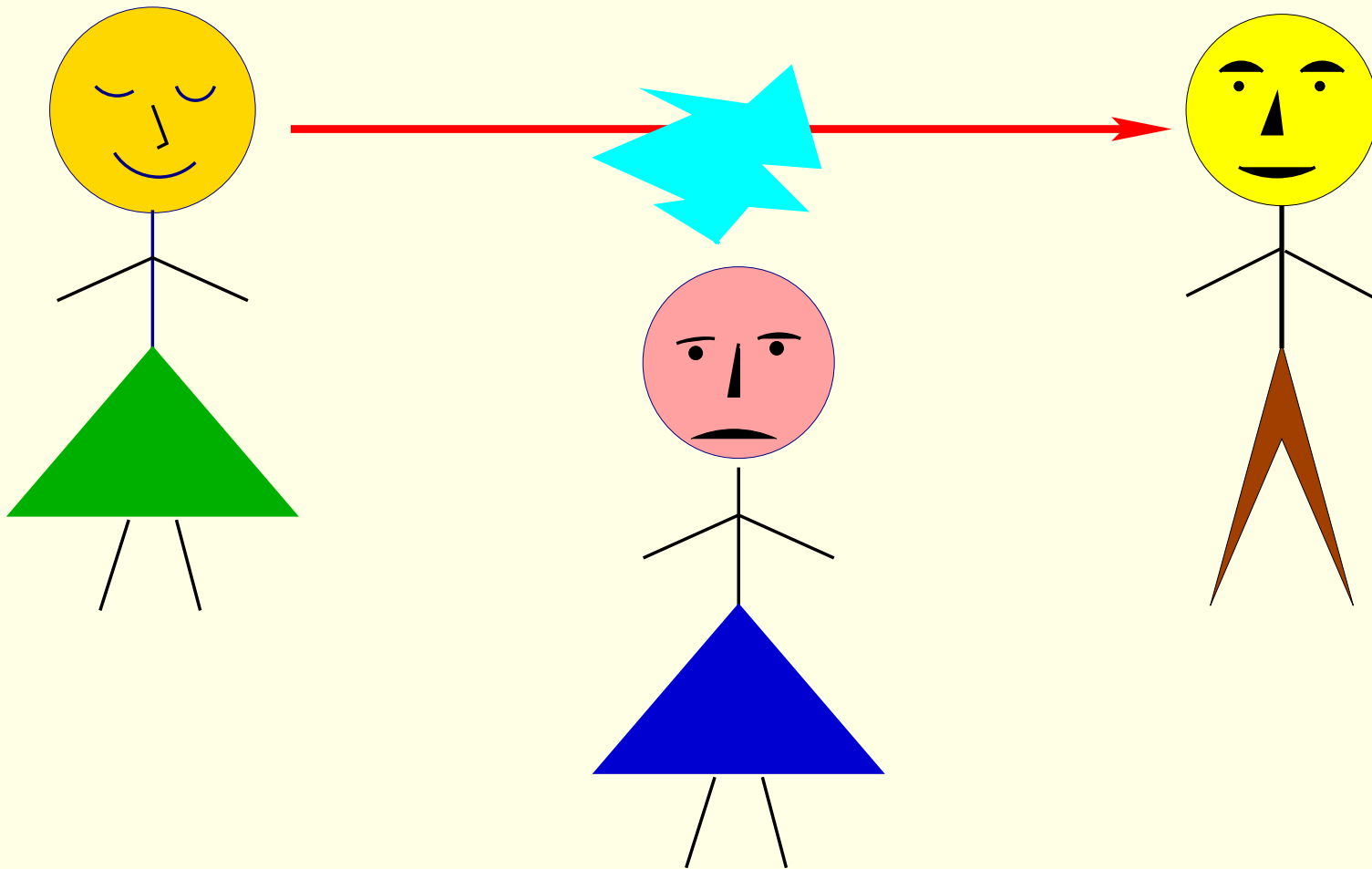
2 Kanał łączności



Alicja przesyła informacje do Bolka kanałem, który jest narażony na podsłuch

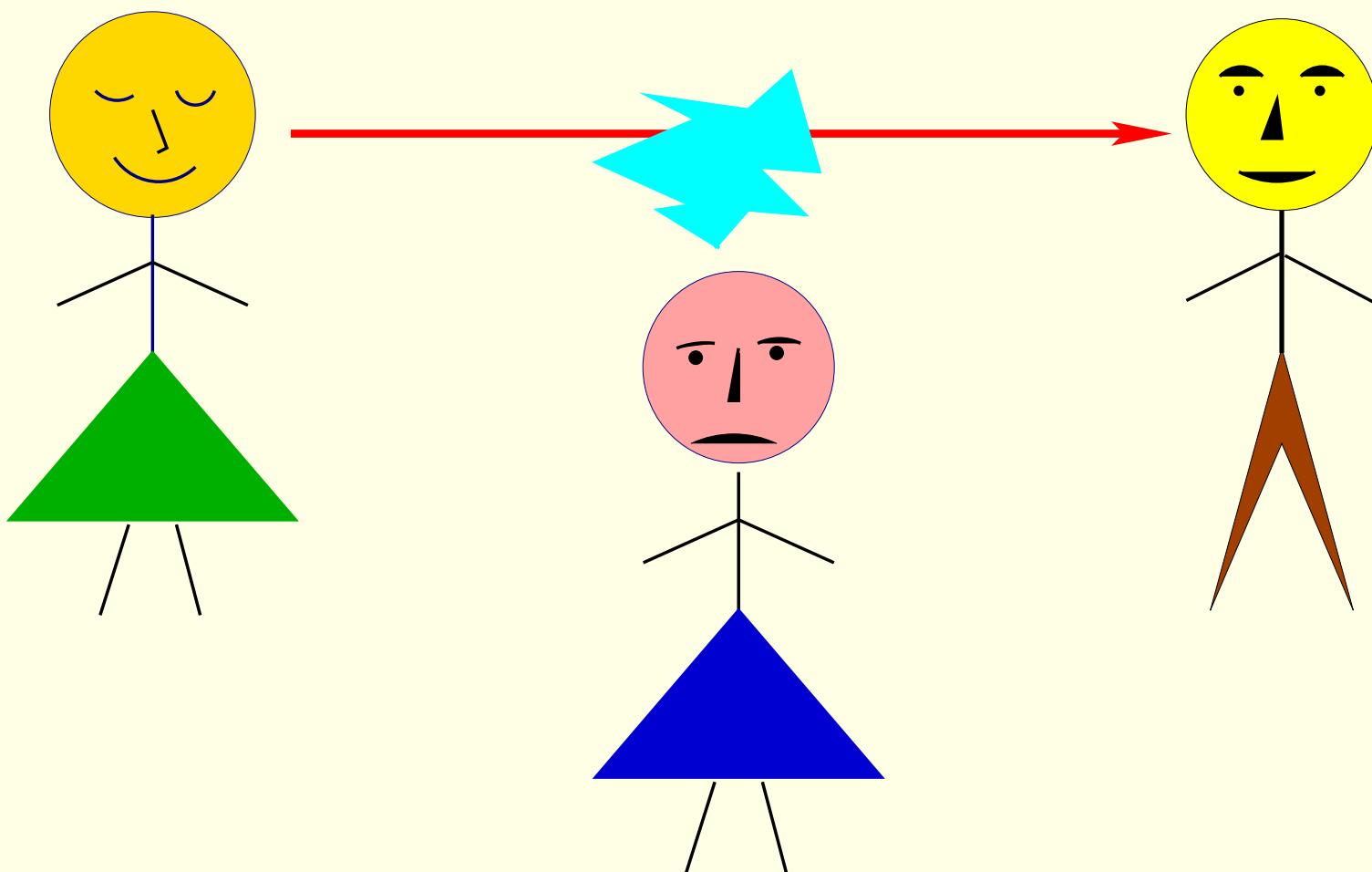


Ewa podsłuchuje usiłując dowiedzieć się co Alicja przesyła do Bolka



Ewa podsłuchuje usiłując dowiedzieć się co Alicja przesyła do Bolka

Co powinna zrobić Alicja?



Ewa podsłuchuje usiłując dowiedzieć się co Alicja przesyła do Bolka

Co powinna zrobić Alicja?

Szyfrować!

3 Szyfr Vernama (one-time pad) — nie do złamania

08318	82767	08762	63183	76487	04267	67068
61864	68432	46057	87931	38287	03028	46773
69140	10379	44213	46019	49679	09280	05774
23797	68279	65867	01709	58375	74588	72357
62773	41149	42317	47951	42133	72370	45816
85680	09238	07119	45854	10428	42738	17823
63885	87087	51672	71578	71843	93707	47876
48794	07884	49128	80078	62985	48656	87716
01789	84867	76997	51316	39722	71375	28788
31726	50833	81088	18727	88626	31833	78111
84576	17471	78211	76179	51130	48140	62410
16276	69204	50271	99311	54956	23373	35741
77727	28366	58776	46760	97613	05867	63297
12864	35601	74508	52008	57871	52509	78693
87171	53967	42474	78720	99484	57361	31872
2173	78208	76926	38396	32676	03746	41483
67418	00621	07408	75871	67230	67808	87722
80001	78829	73329	03881	99806	60744	28171
17437	76856	98767	76776	59377	73987	67946
28797	30842	39071	99147	98923	46825	73171
31221	06910	26758	61895	77740	39202	35827
58728	73333	08077	15812	85850	65871	88728
06384	15007	32274	88971	12783	32321	22888
54082	98332	31214	93193	67733	97153	00512

Szyfry Che Guevary

Przykład

tekst jawny	→	S	Z	Y	F	R
binarnie	→	01010011	01011010	01011001	01000110	01010010
klucz	→	01110010	01010101	11011100	10110011	00101011
kryptogram	→	00100001	00001111	10000101	11110101	01111001

- Klucz jest losowym ciągiem bitów.
- Kryptogram jest także losowym ciągiem bitów i jeśli nie znamy klucza to nie dowiemy się niczego o tekście jawnym.
- Jeśli klucz jest tak długi jak wiadomość i użyty tylko raz, to szyfr ten gwarantuje bezpieczeństwo absolutne.
- Współczesne metody kryptograficzne sprowadzają się do obliczeń w systemie binarnym, czyli operacji na bitach.

Przykład

tekst jawny	→	S	Z	Y	F	R
binarnie	→	01010011	01011010	01011001	01000110	01010010
klucz	→	01110010	01010101	11011100	10110011	00101011
kryptogram	→	00100001	00001111	10000101	11110101	01111001

- Klucz jest losowym ciągiem bitów.
- Kryptogram jest także losowym ciągiem bitów i jeśli nie znamy klucza to nie dowiemy się niczego o tekście jawnym.
- Jeśli klucz jest tak długi jak wiadomość i użyty tylko raz, to szyfr ten gwarantuje bezpieczeństwo absolutne.
- Współczesne metody kryptograficzne sprowadzają się do obliczeń w systemie binarnym, czyli operacji na bitach.

Przykład

tekst jawny	→	S	Z	Y	F	R
binarnie	→	01010011	01011010	01011001	01000110	01010010
klucz	→	01110010	01010101	11011100	10110011	00101011
kryptogram	→	00100001	00001111	10000101	11110101	01111001

- Klucz jest losowym ciągiem bitów.
- Kryptogram jest także losowym ciągiem bitów i jeśli nie znamy klucza to nie dowiemy się niczego o tekście jawnym.
- Jeśli klucz jest tak długi jak wiadomość i użyty tylko raz, to szyfr ten gwarantuje bezpieczeństwo absolutne.
- Współczesne metody kryptograficzne sprowadzają się do obliczeń w systemie binarnym, czyli operacji na bitach.

Przykład

tekst jawny	→	S	Z	Y	F	R
binarnie	→	01010011	01011010	01011001	01000110	01010010
klucz	→	01110010	01010101	11011100	10110011	00101011
kryptogram	→	00100001	00001111	10000101	11110101	01111001

- Klucz jest losowym ciągiem bitów.
- Kryptogram jest także losowym ciągiem bitów i jeśli nie znamy klucza to nie dowiemy się niczego o tekście jawnym.
- Jeśli klucz jest tak długi jak wiadomość i użyty tylko raz, to szyfr ten gwarantuje **bezpieczeństwo absolutne.**
- Współczesne metody kryptograficzne sprowadzają się do obliczeń w systemie binarnym, czyli operacji na bitach.

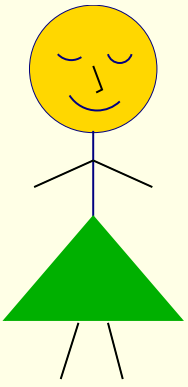
Przykład

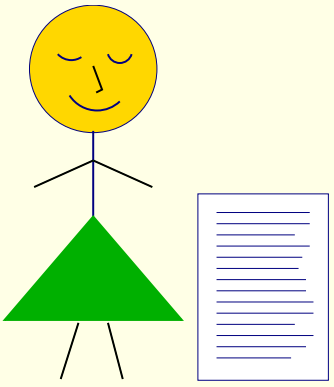
tekst jawny	→	S	Z	Y	F	R
binarnie	→	01010011	01011010	01011001	01000110	01010010
klucz	→	01110010	01010101	11011100	10110011	00101011
kryptogram	→	00100001	00001111	10000101	11110101	01111001

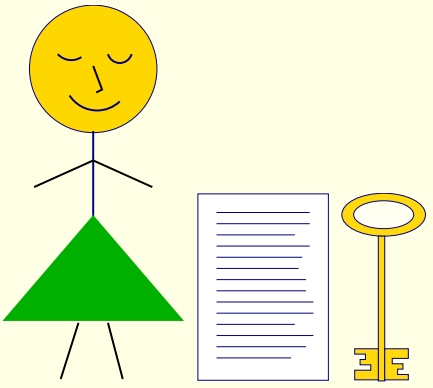
- Klucz jest losowym ciągiem bitów.
- Kryptogram jest także losowym ciągiem bitów i jeśli nie znamy klucza to nie dowiemy się niczego o tekście jawnym.
- Jeśli klucz jest tak długi jak wiadomość i użyty tylko raz, to szyfr ten gwarantuje bezpieczeństwo absolutne.
- Współczesne metody kryptograficzne sprowadzają się do obliczeń w systemie binarnym, czyli operacji na bitach.

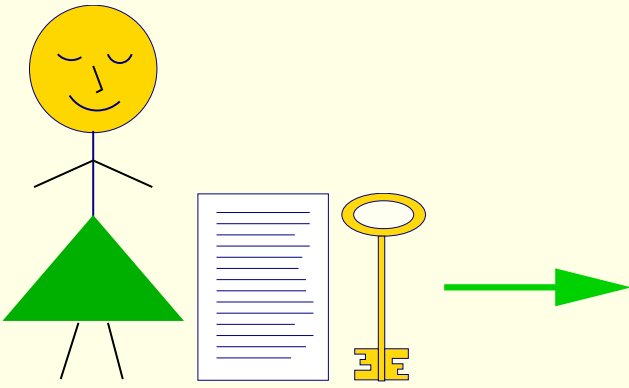
4 Klasyczne systemy kryptograficzne

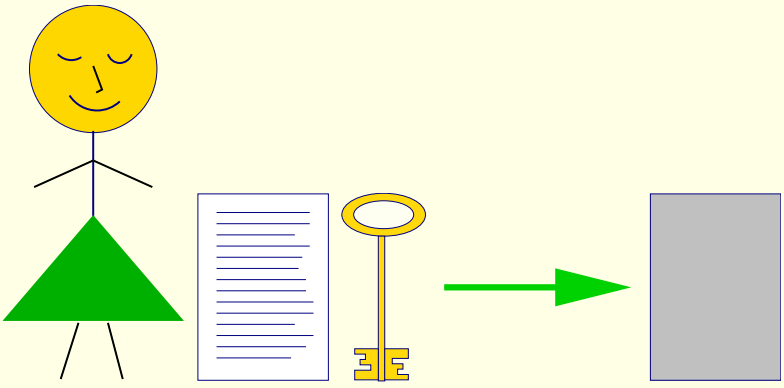
4.1 Systemy z kluczem tajnym

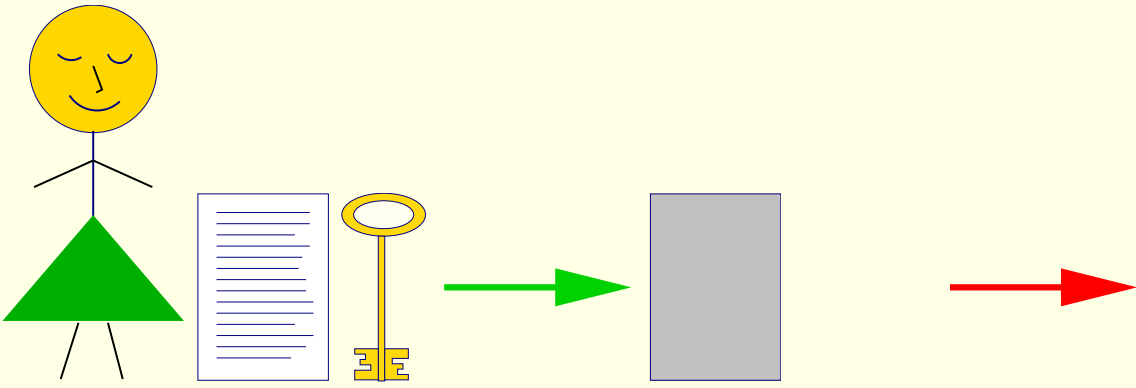


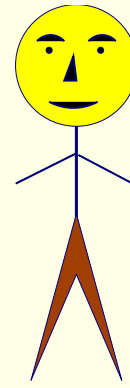
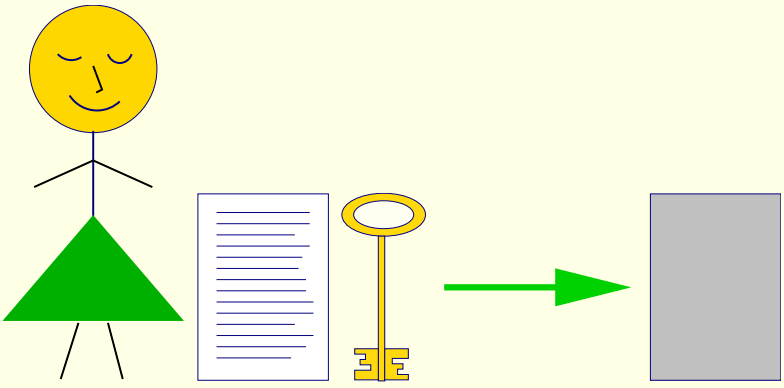


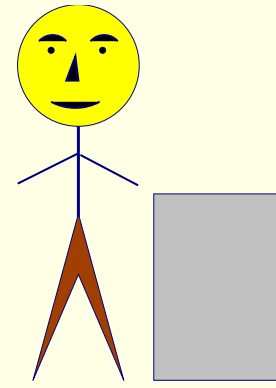
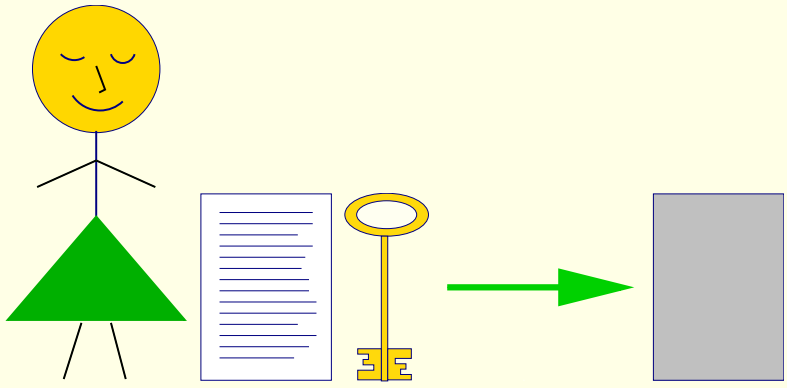


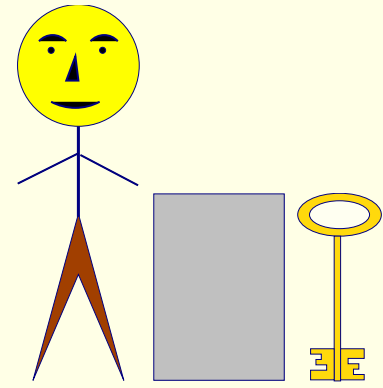
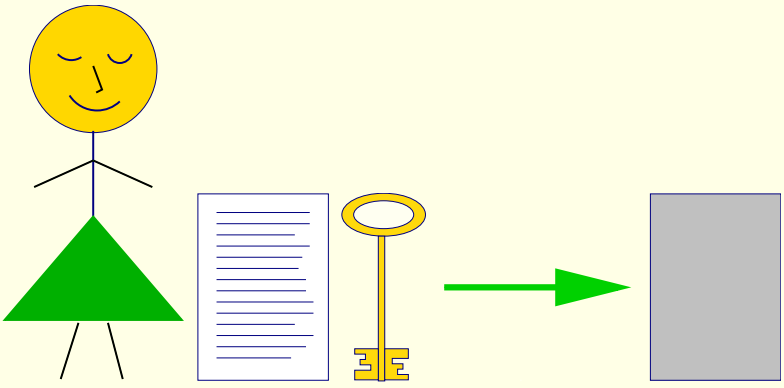


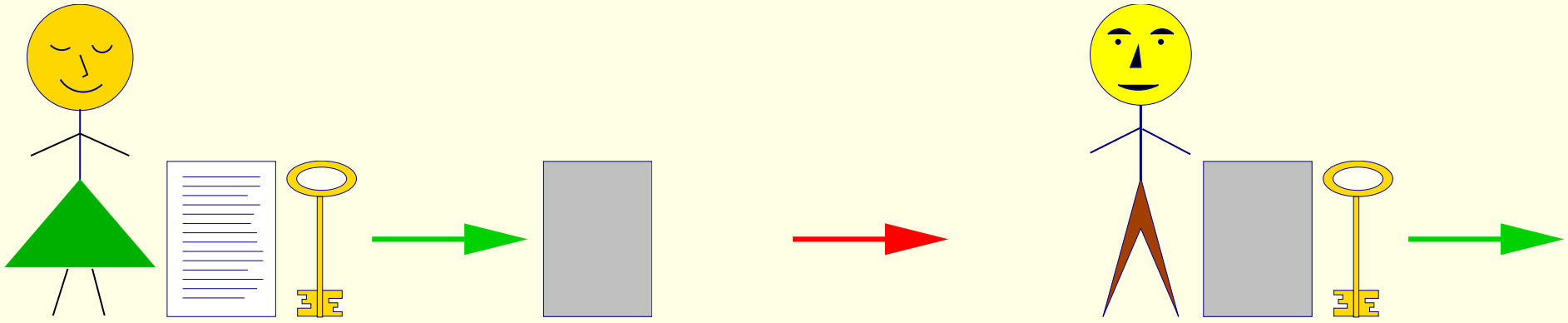


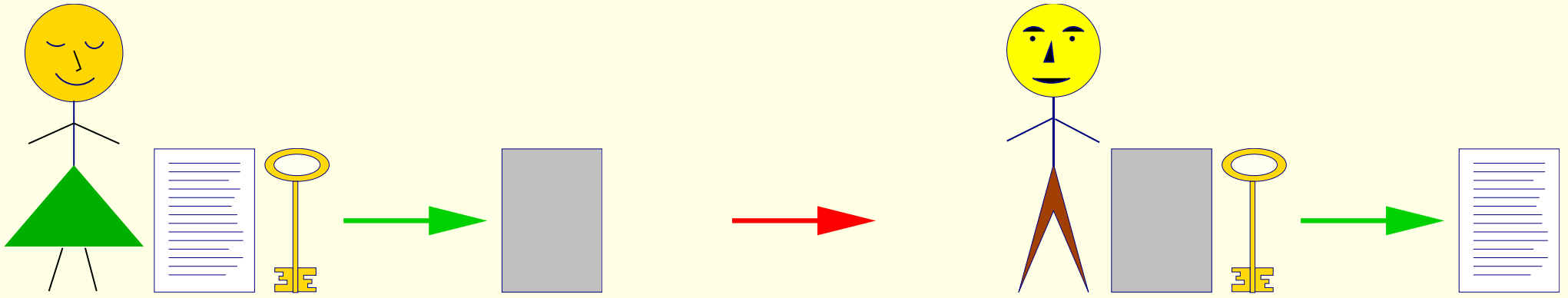


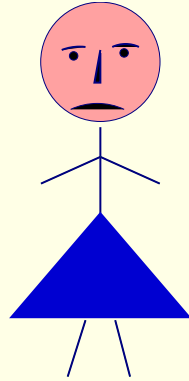
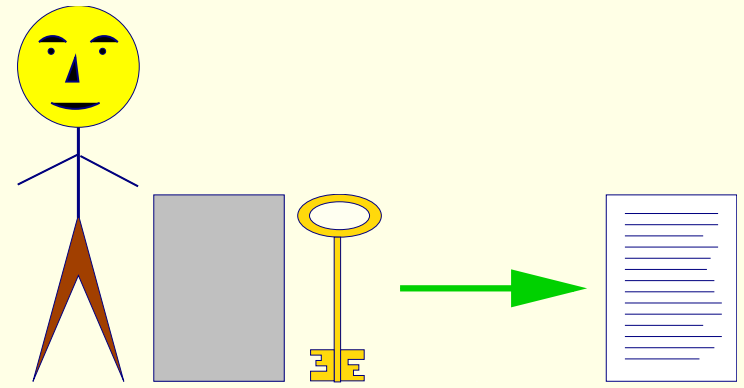
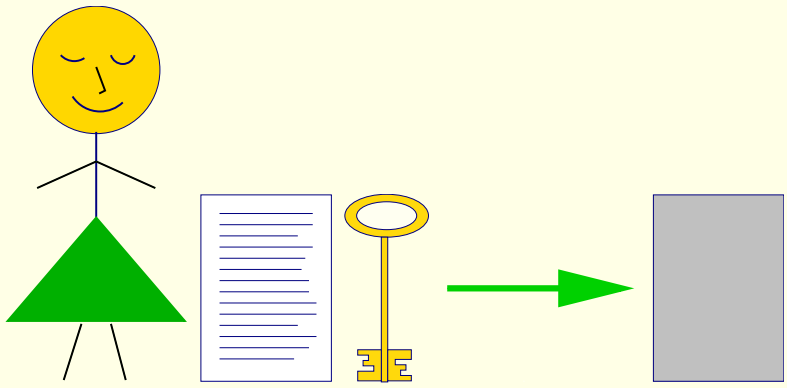


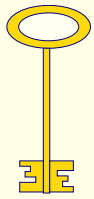
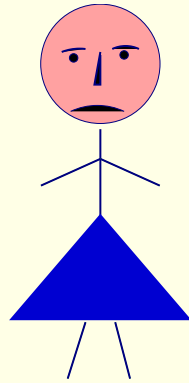
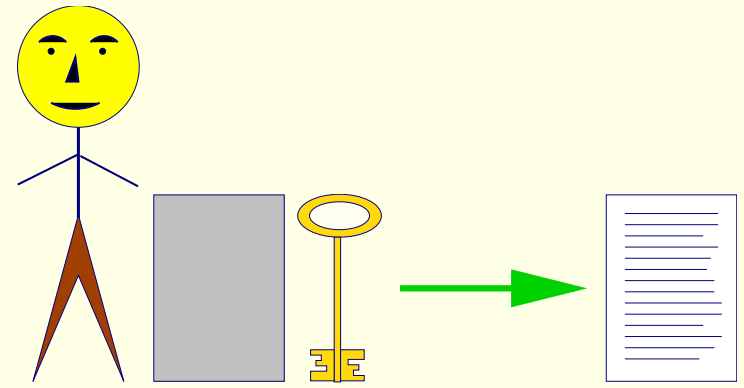
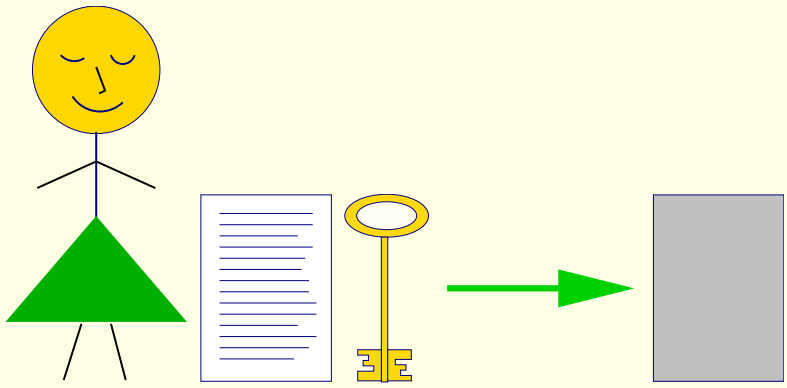


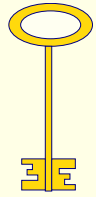
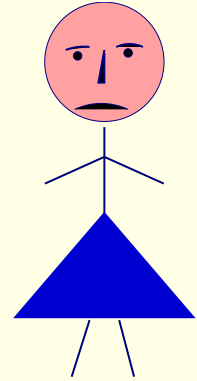
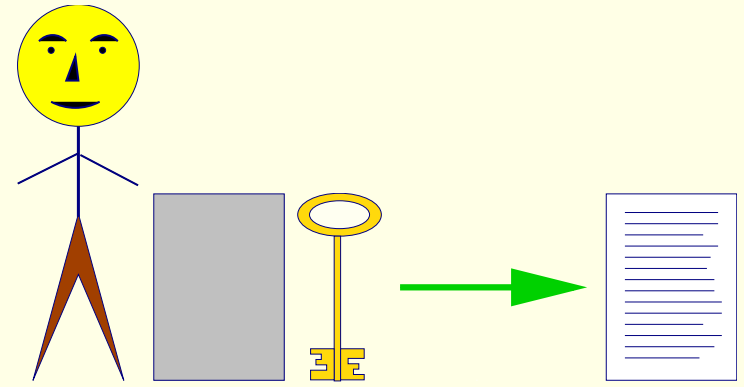
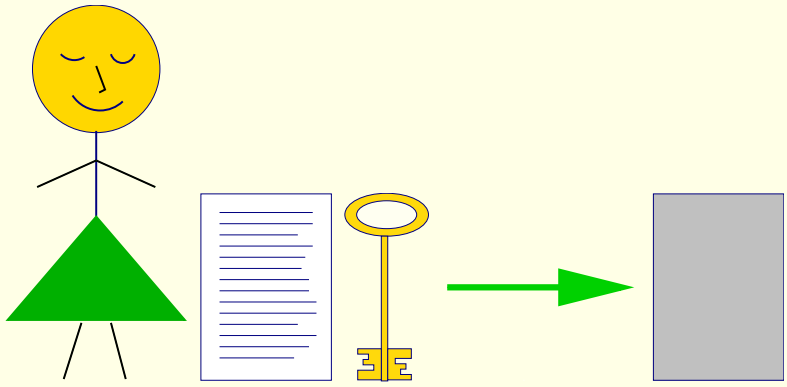


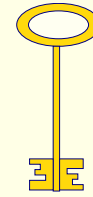
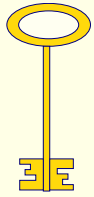
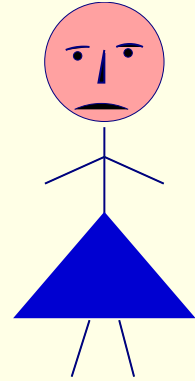
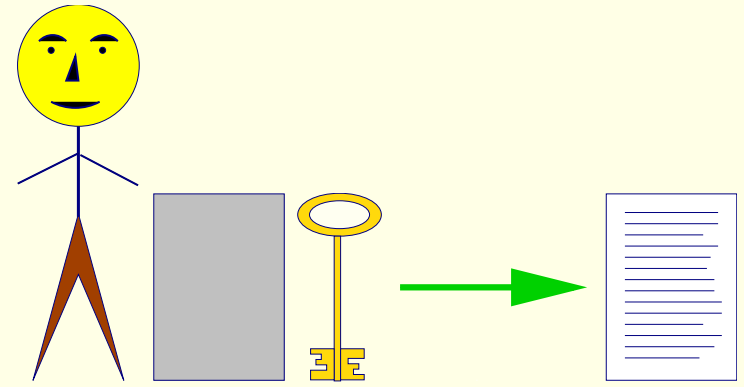
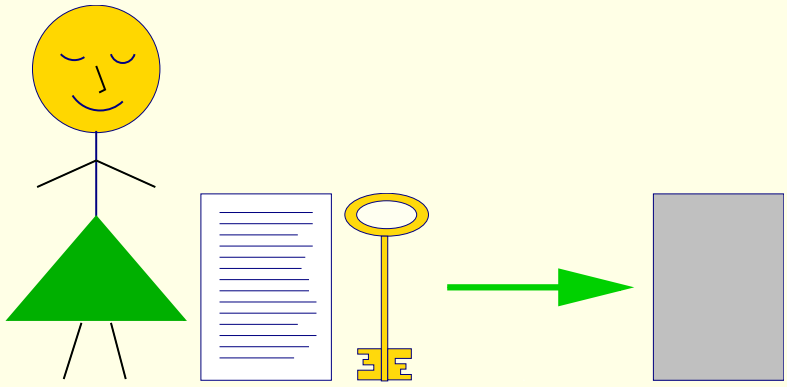


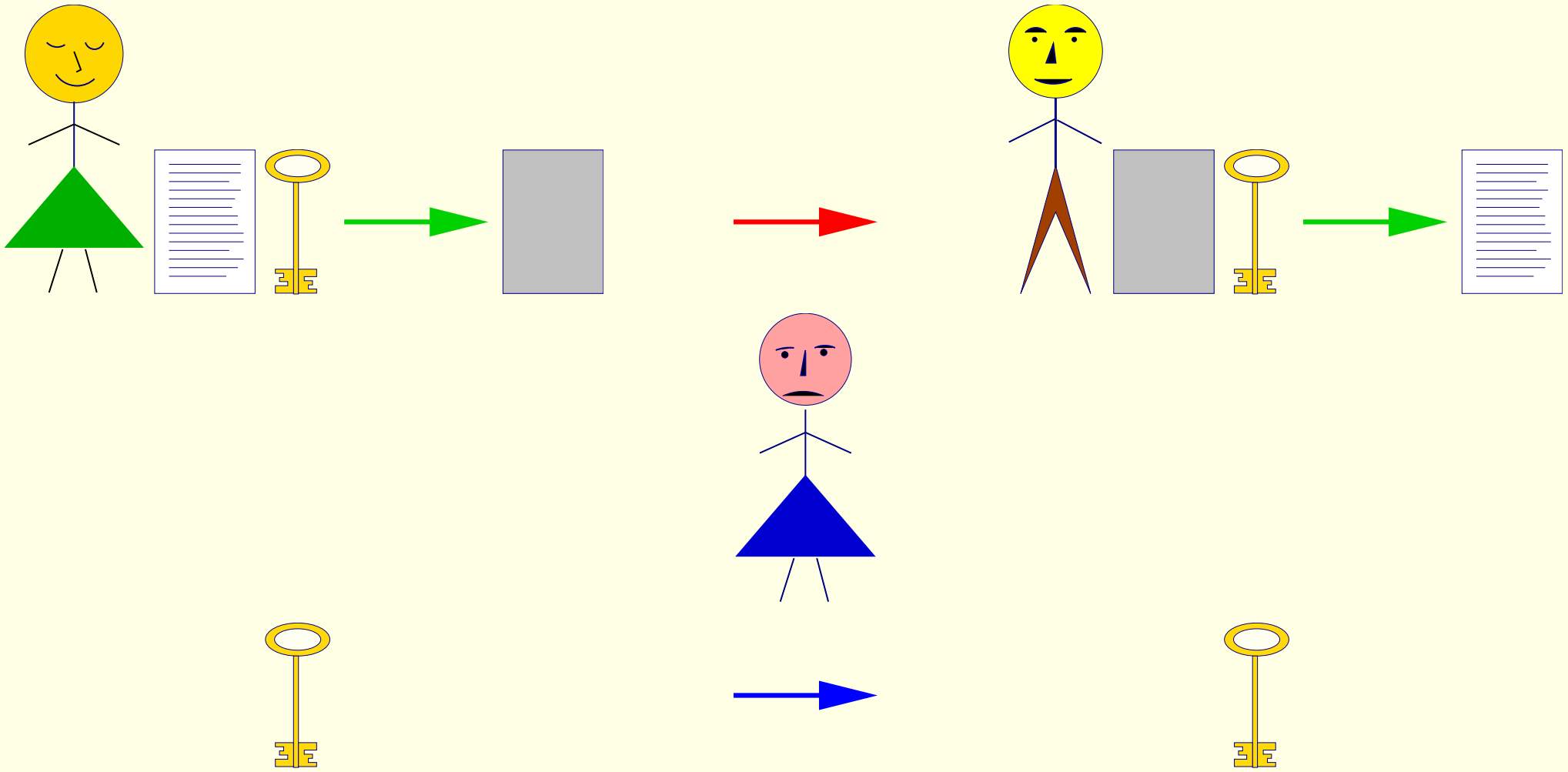




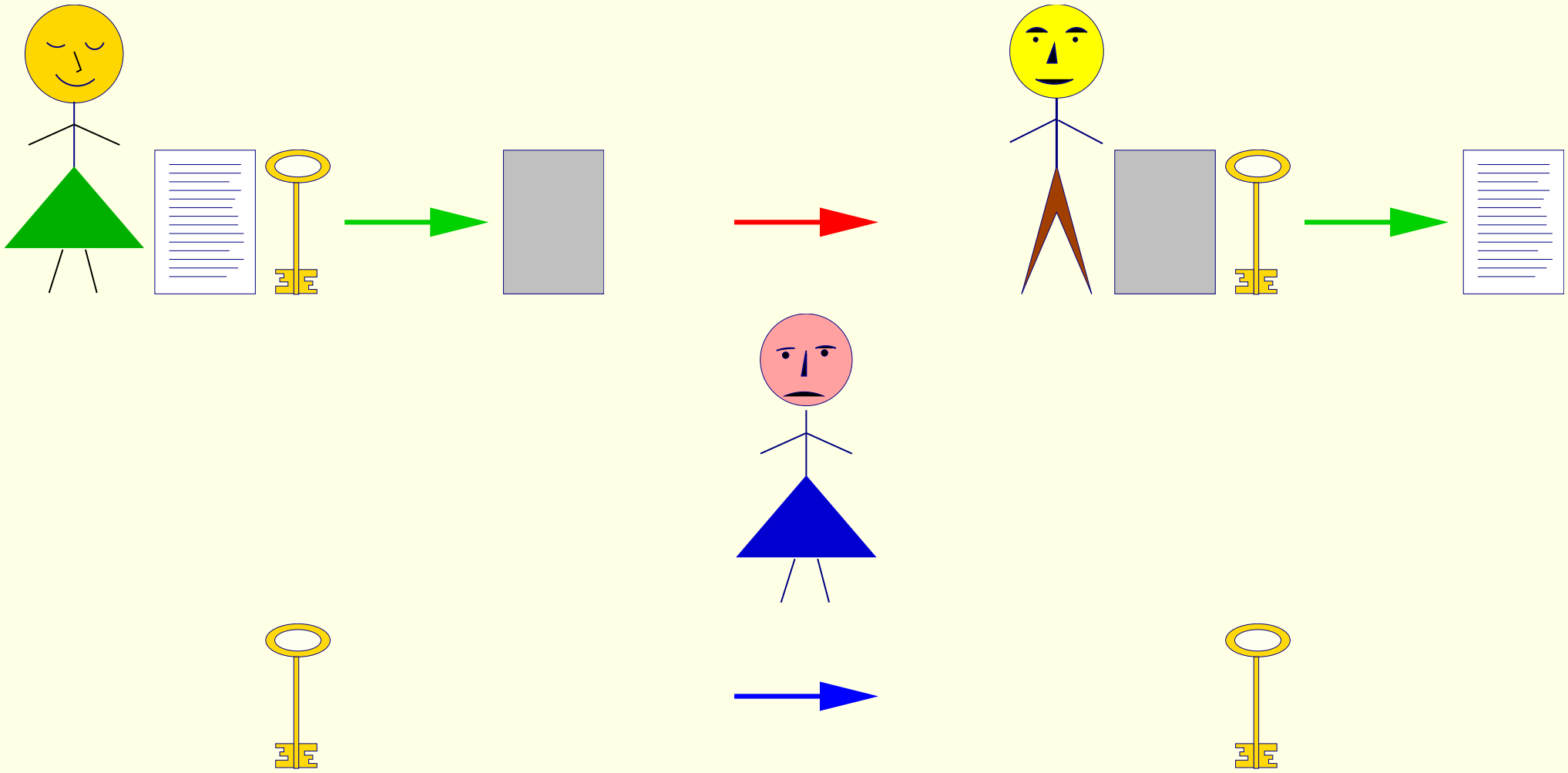






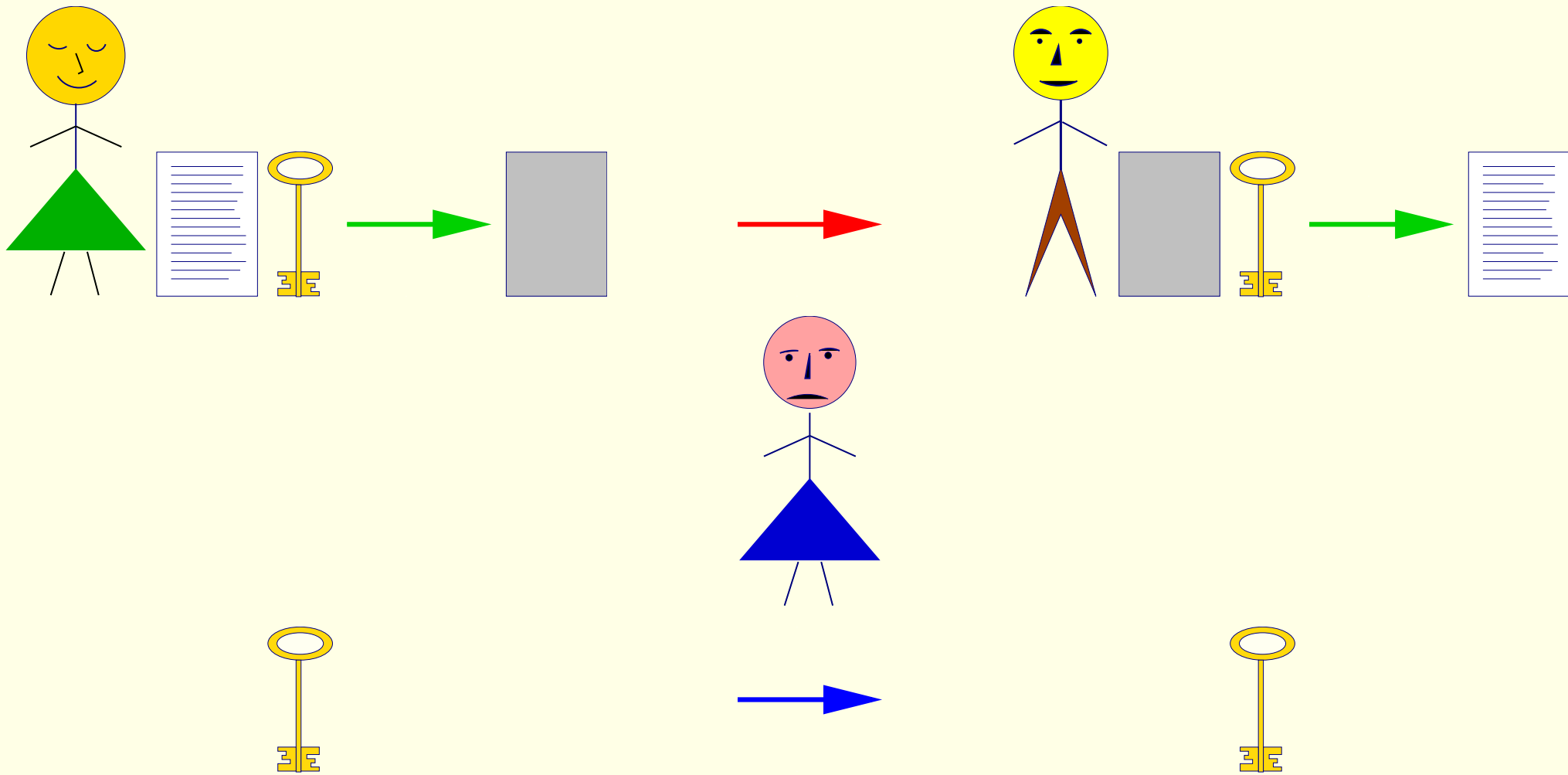


Pułapka



Pułapka

Aby zbudować bezpieczny kanał łączności ...

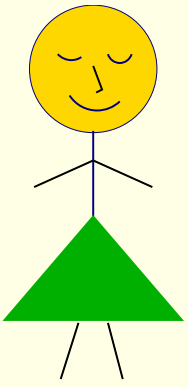


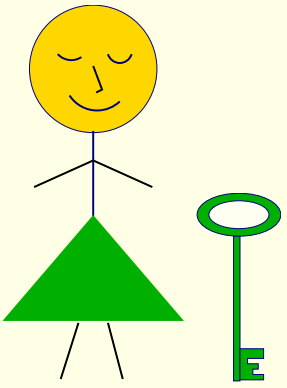
Pułapka

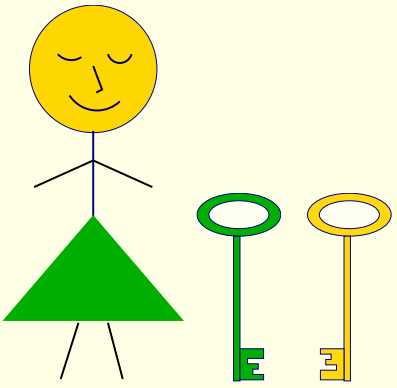
Aby zbudować bezpieczny kanał łączności ...

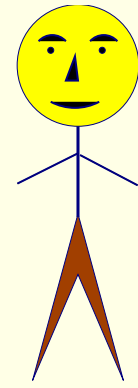
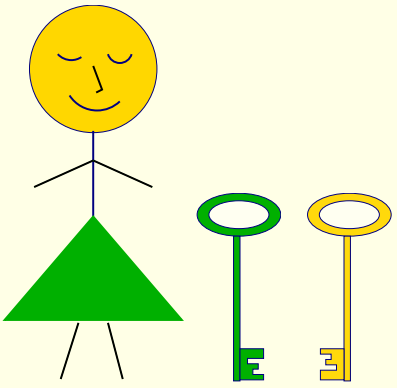
... trzeba mieć bezpieczny kanał łączności!

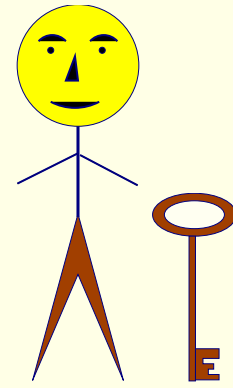
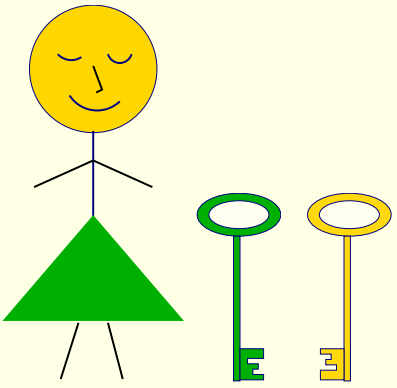
4.2 Systemy z kluczem publicznym

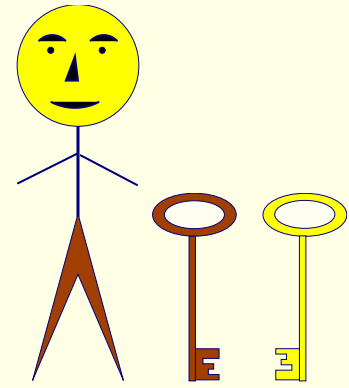
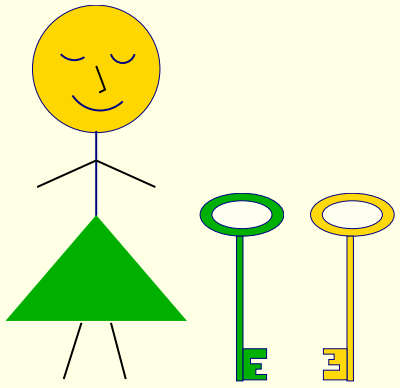


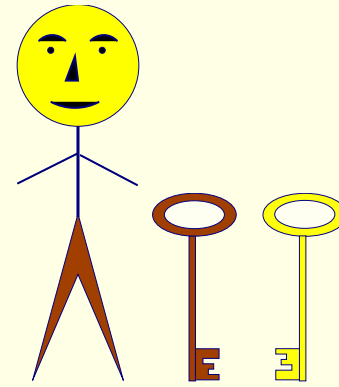
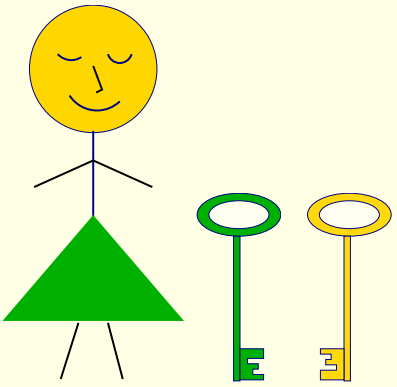




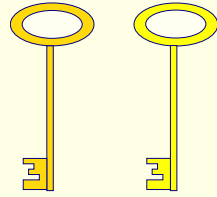




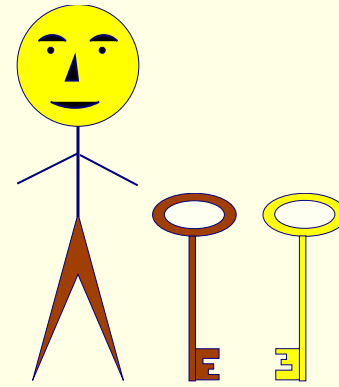
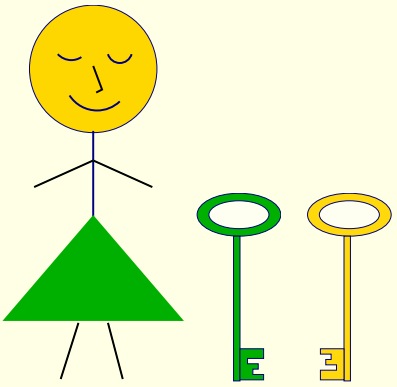




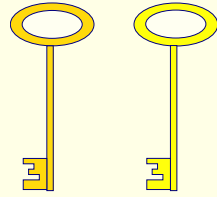
Klucze



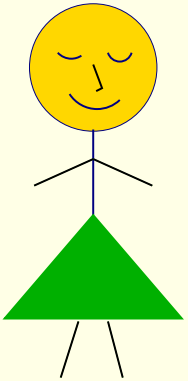
publiczne

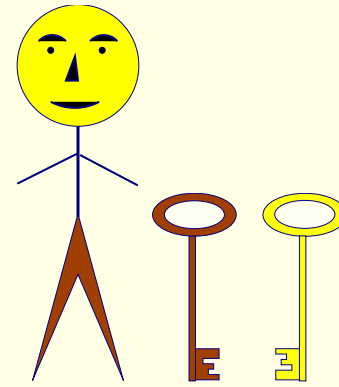
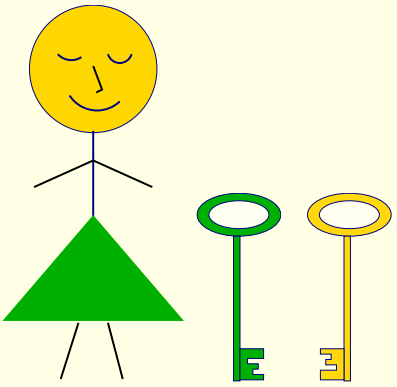


Klucze

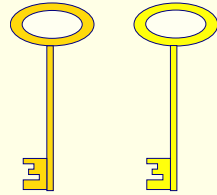


publiczne

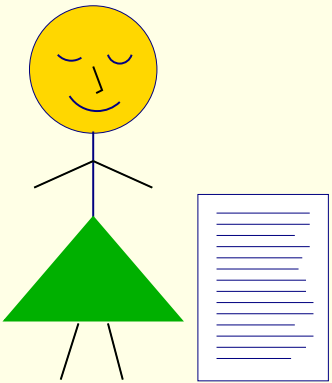


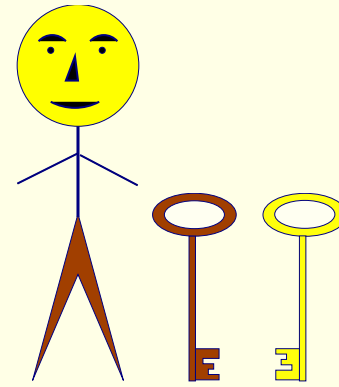
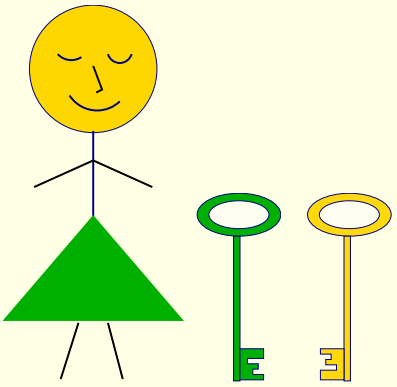


Klucze

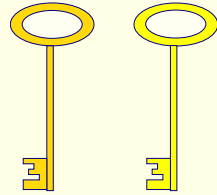


publiczne

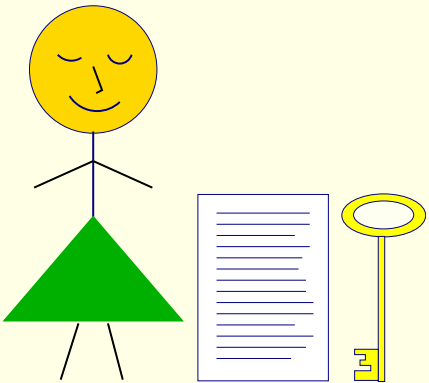


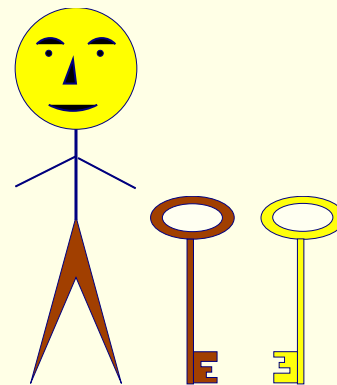
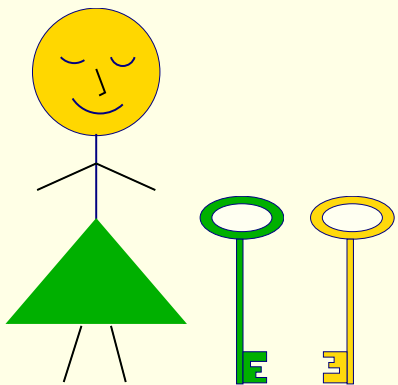


Klucze

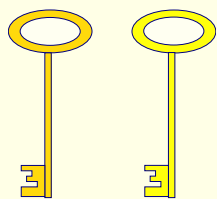


publiczne

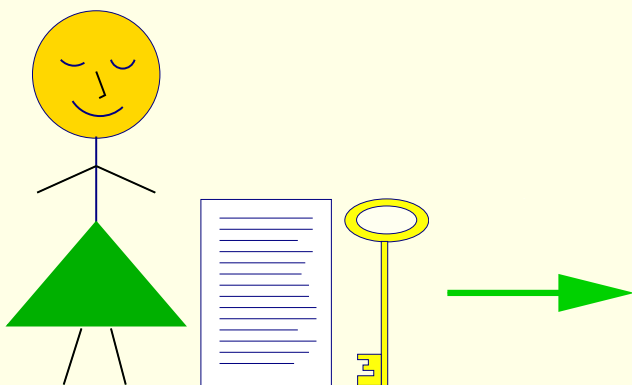


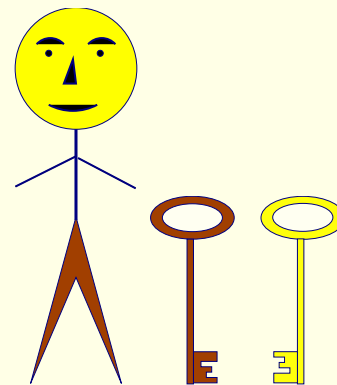
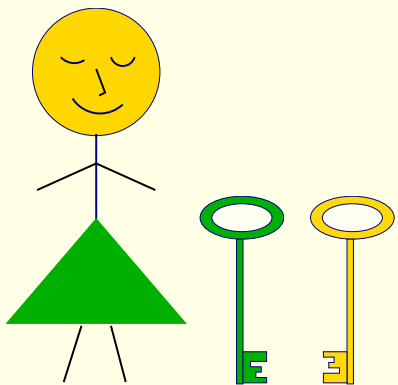


Klucze

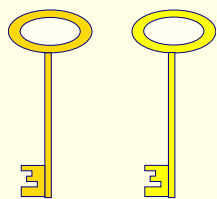


publiczne

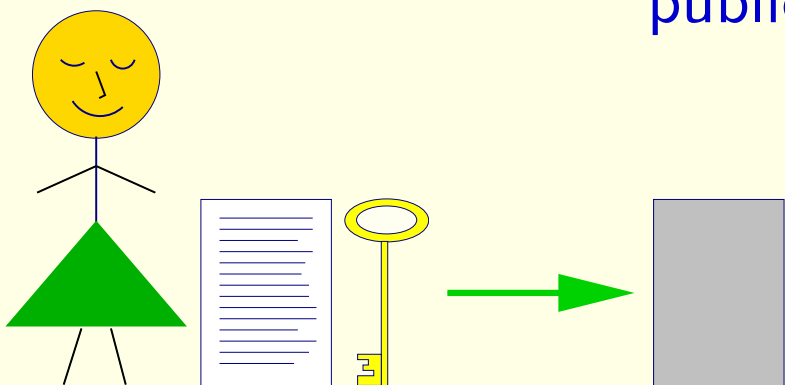


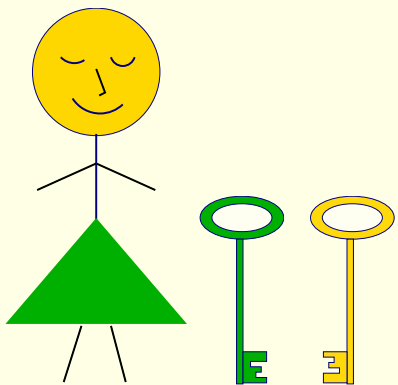


Klucze

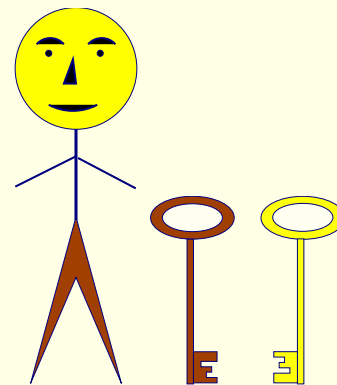
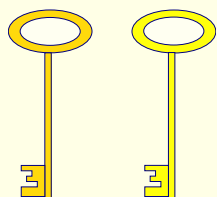


publiczne

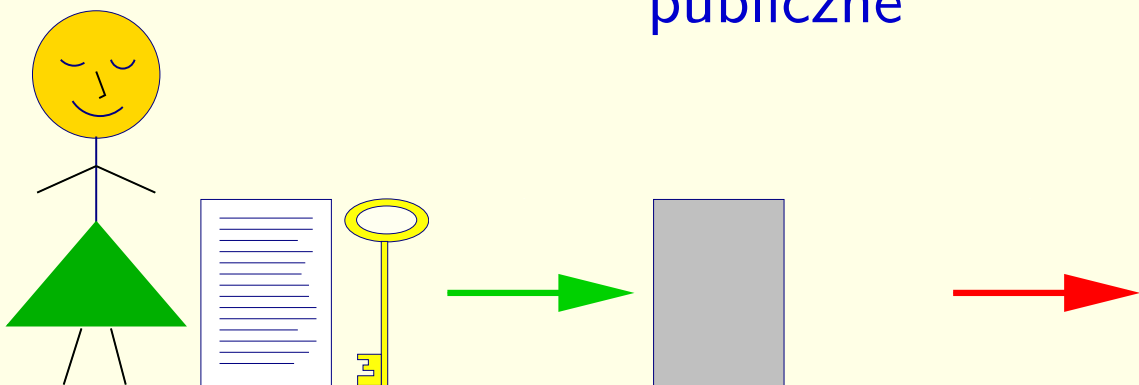


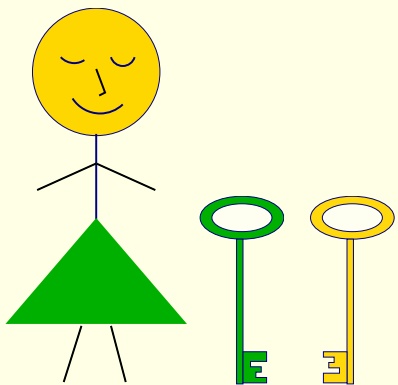


Klucze

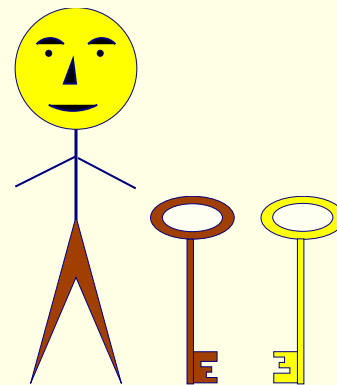
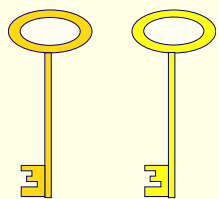


publiczne

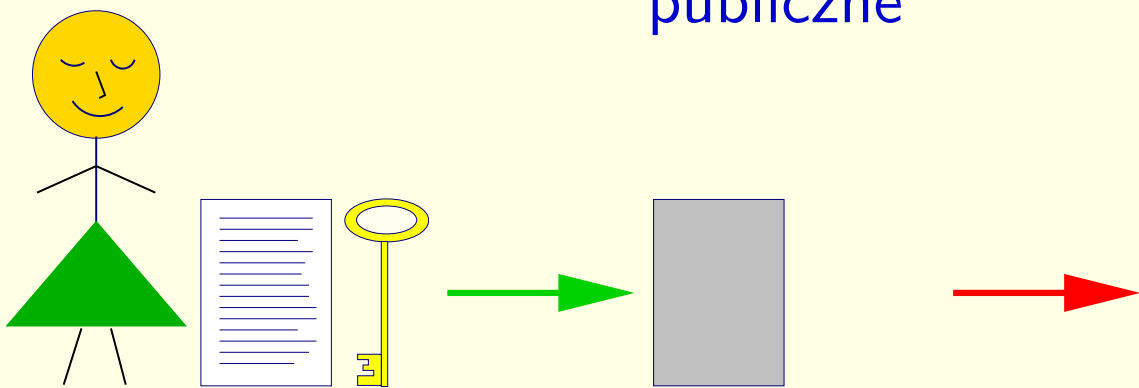


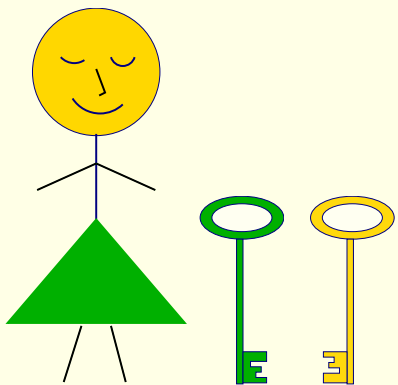


Klucze

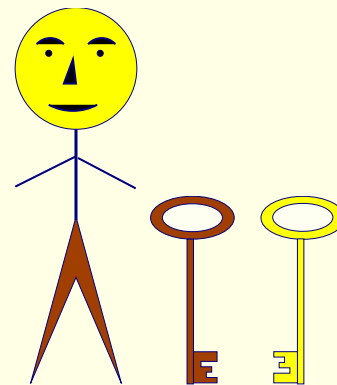
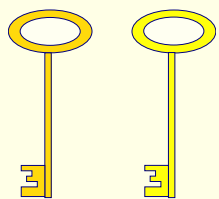


publiczne

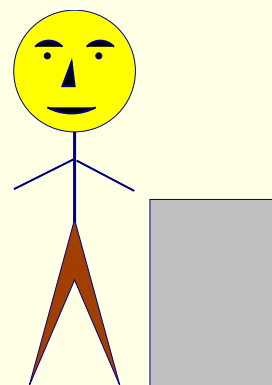
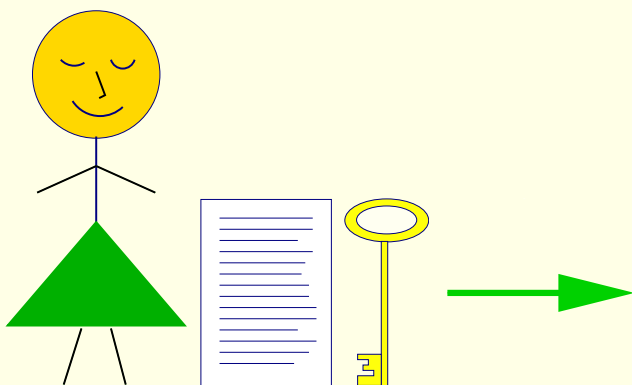


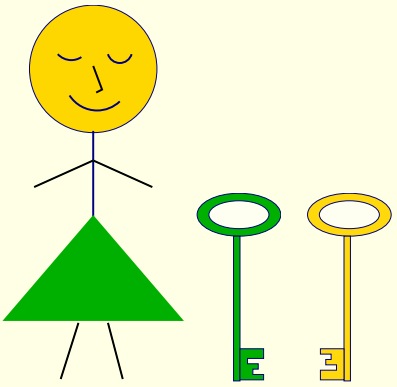


Klucze

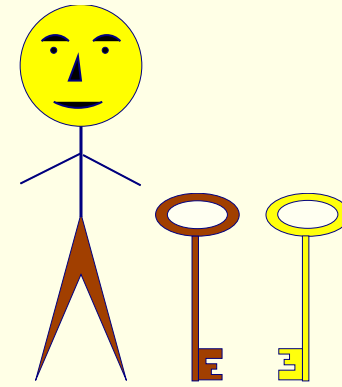
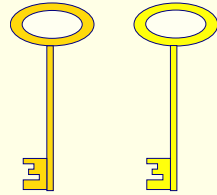


publiczne

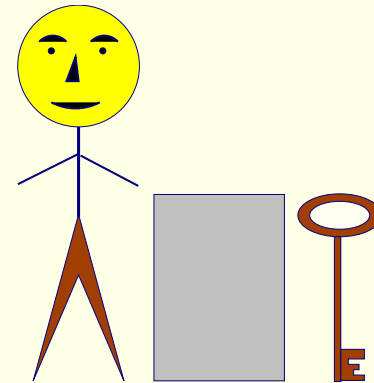
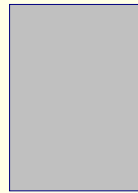
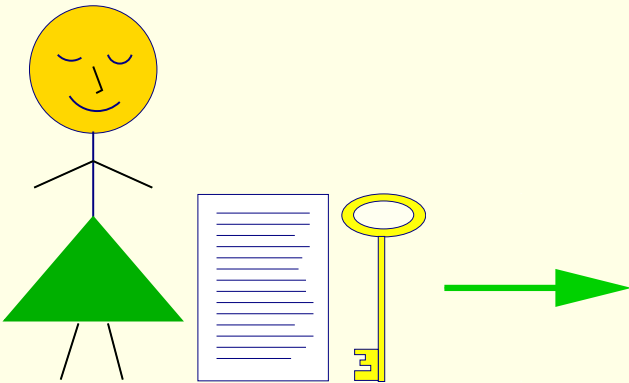


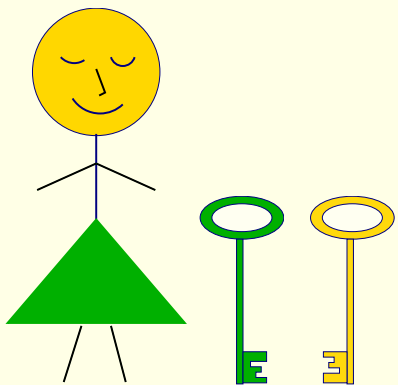


Klucze

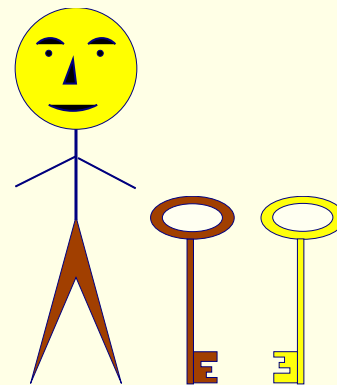
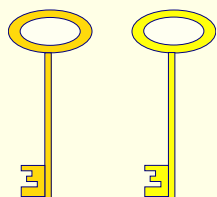


publiczne

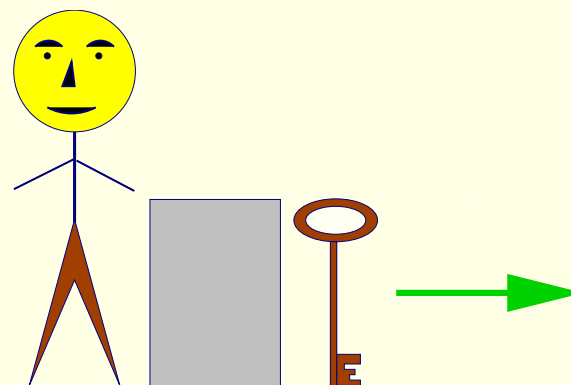
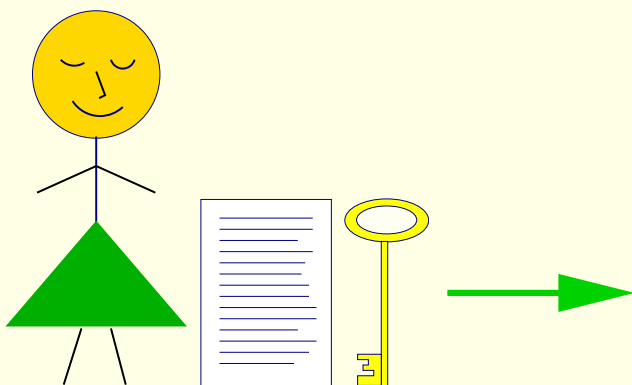


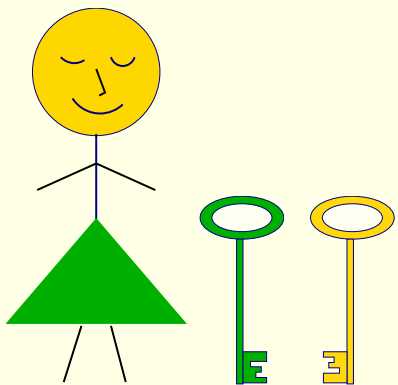


Klucze

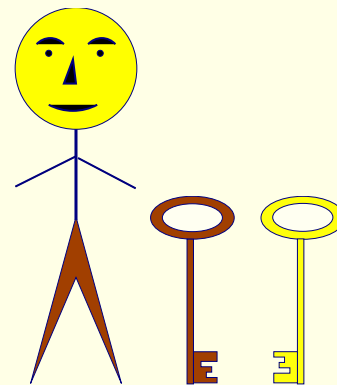
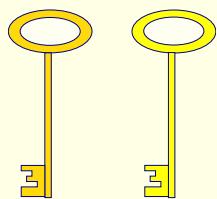


publiczne

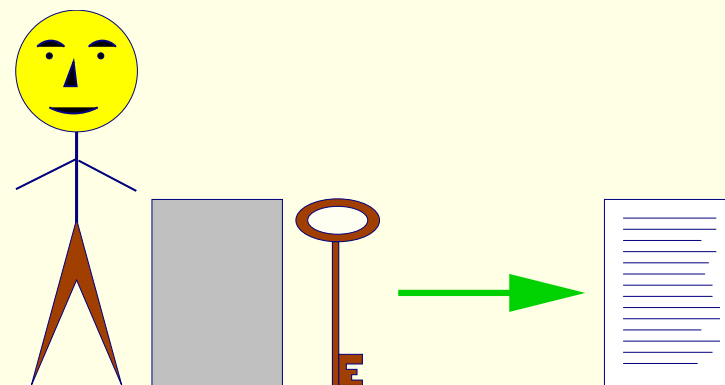
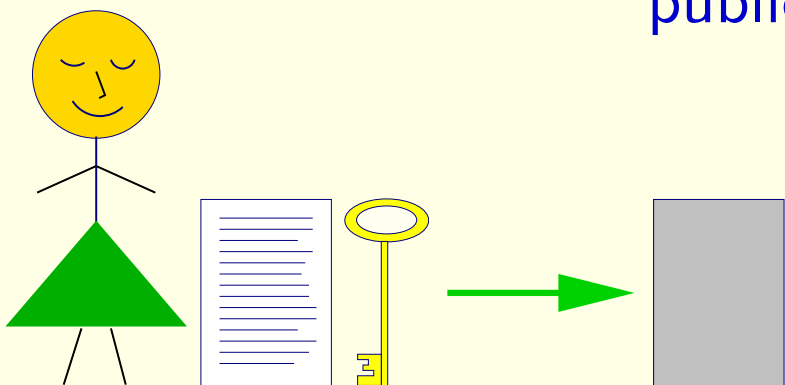


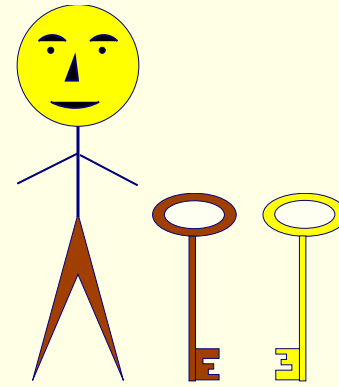
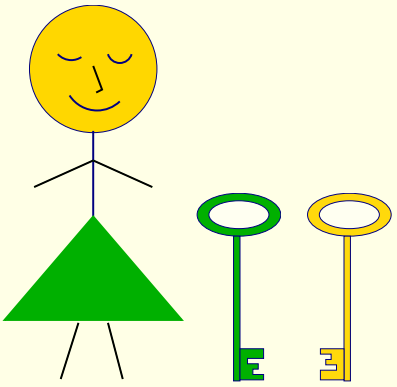


Klucze

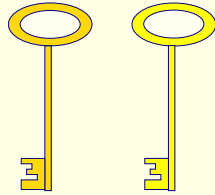


publiczne

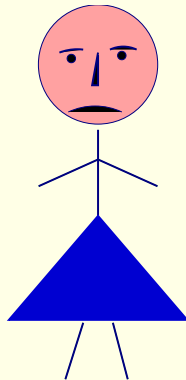
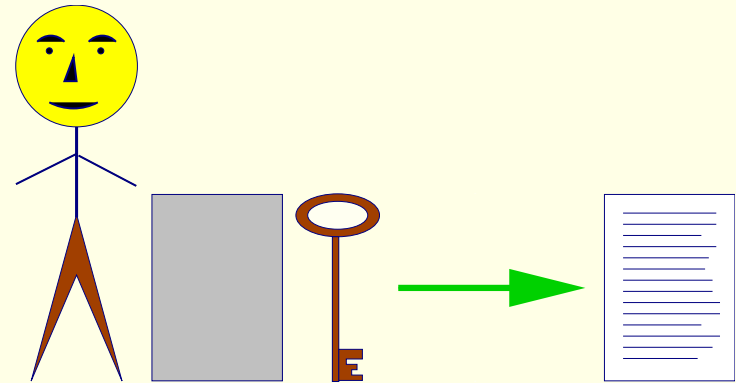
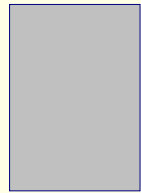
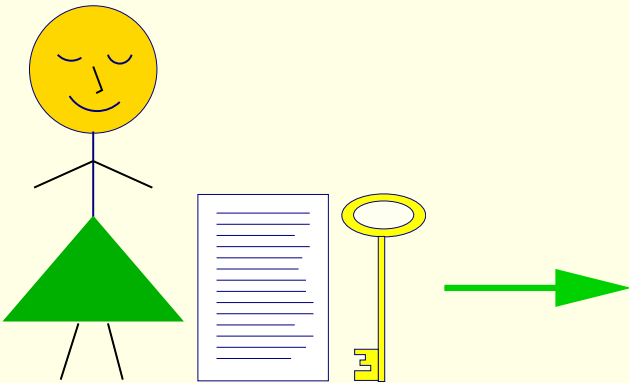


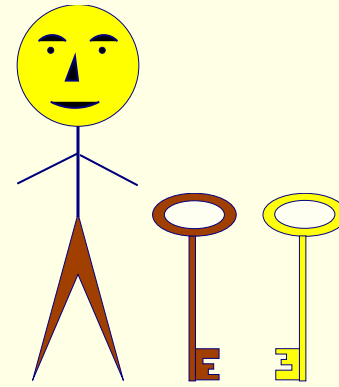
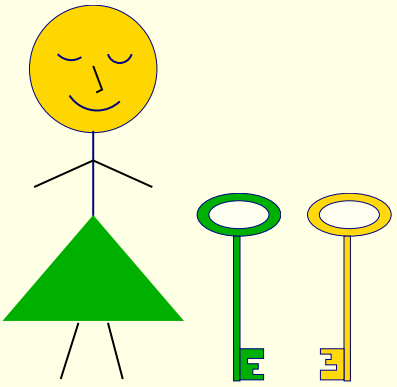


Klucze

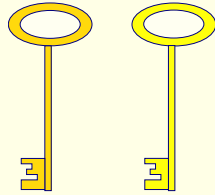


publiczne

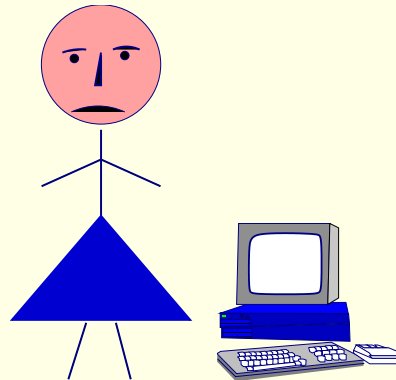
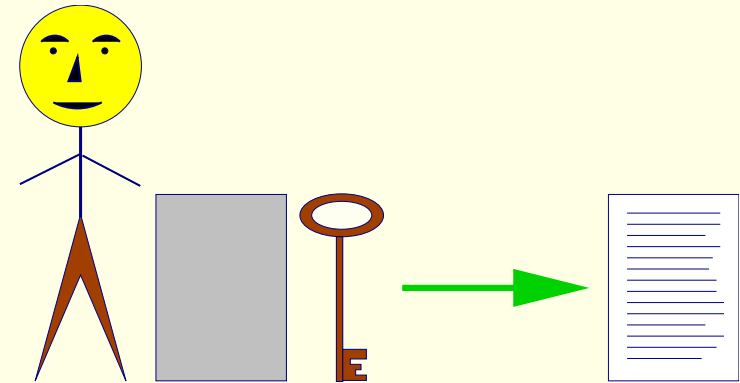
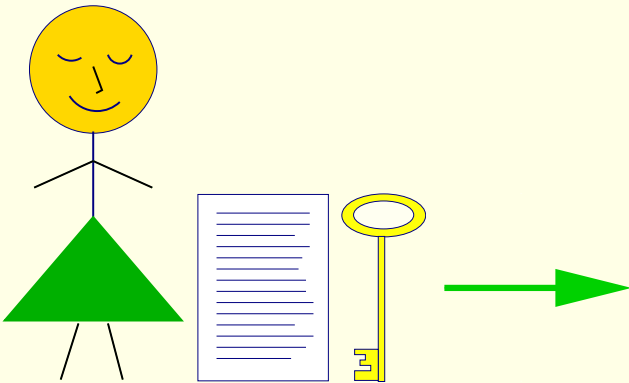




Klucze



publiczne



Jak to działa?

- Alicja i Bolek generują pary kluczy: jeden **publiczny** i jeden **prywatny**. Klucz publiczny udostępniają publicznie a prywatny skrzętnie chronią.
- Aby wysłać wiadomość do Bolka, Alicja bierze **publiczny** klucz Bolka, szyfruje nim wiadomość i kryptogram wysyła do Bolka.
- Bolek deszyfruje otrzymany kryptogram swoim kluczem **prywatnym**
- **Nie ma potrzeby przesyłania tajnego klucza!**
- Znakomicie! Nic lepszego nie potrzebujemy!

Jak to działa?

- Alicja i Bolek generują pary kluczy: jeden **publiczny** i jeden **prywatny**. Klucz publiczny udostępniają publicznie a prywatny skrzętnie chronią.
- Aby wysłać wiadomość do Bolka, Alicja bierze **publiczny** klucz Bolka, szyfruje nim wiadomość i kryptogram wysyła do Bolka.
- Bolek deszyfruje otrzymany kryptogram swoim kluczem **prywatnym**
- Nie ma potrzeby przesyłania tajnego klucza!
- Znakomicie! Nic lepszego nie potrzebujemy!

Jak to działa?

- Alicja i Bolek generują pary kluczy: jeden **publiczny** i jeden **prywatny**. Klucz publiczny udostępniają publicznie a prywatny skrzętnie chronią.
- Aby wysłać wiadomość do Bolka, Alicja bierze **publiczny** klucz Bolka, szyfruje nim wiadomość i kryptogram wysyła do Bolka.
- Bolek deszyfruje otrzymany kryptogram swoim kluczem **prywatnym**
- Nie ma potrzeby przesyłania tajnego klucza!
- Znakomicie! Nic lepszego nie potrzebujemy!

Jak to działa?

- Alicja i Bolek generują pary kluczy: jeden **publiczny** i jeden **prywatny**. Klucz publiczny udostępniają publicznie a prywatny skrzętnie chronią.
- Aby wysłać wiadomość do Bolka, Alicja bierze **publiczny** klucz Bolka, szyfruje nim wiadomość i kryptogram wysyła do Bolka.
- Bolek deszyfruje otrzymany kryptogram swoim kluczem **prywatnym**
- Nie ma potrzeby przesyłania tajnego klucza!
- Znakomicie! Nic lepszego nie potrzebujemy!

Jak to działa?

- Alicja i Bolek generują pary kluczy: jeden **publiczny** i jeden **prywatny**. Klucz publiczny udostępniają publicznie a prywatny skrzętnie chronią.
- Aby wysłać wiadomość do Bolka, Alicja bierze **publiczny** klucz Bolka, szyfruje nim wiadomość i kryptogram wysyła do Bolka.
- Bolek deszyfruje otrzymany kryptogram swoim kluczem **prywatnym**
- **Nie ma potrzeby przesyłania tajnego klucza!**
- Znakomicie! Nic lepszego nie potrzebujemy!

Jak to działa?

- Alicja i Bolek generują pary kluczy: jeden **publiczny** i jeden **prywatny**. Klucz publiczny udostępniają publicznie a prywatny skrzętnie chronią.
- Aby wysłać wiadomość do Bolka, Alicja bierze **publiczny** klucz Bolka, szyfruje nim wiadomość i kryptogram wysyła do Bolka.
- Bolek deszyfruje otrzymany kryptogram swoim kluczem **prywatnym**
- Nie ma potrzeby przesyłania tajnego klucza!
- **Znakomicie! Nic lepszego nie potrzebujemy!**

A jednak!?

- Bezpieczeństwo systemu kryptograficznego z kluczem publicznym jest oparte na istnieniu **funkcji jednostronnych**, dla których znalezienie wartości samej funkcji jest łatwe zaś znalezienie argumentu funkcji kiedy znamy jej wartość jest **obliczeniowo trudne** (jak trudne to zależy od aktualnego stanu wiedzy i rozwoju techniki)
- Najbardziej znany kryptosystem z kluczem publicznym, **RSA**, opiera się na trudności z **rozkładem liczby na czynniki** (faktoryzacja)

A jednak!?

- Bezpieczeństwo systemu kryptograficznego z kluczem publicznym jest oparte na istnieniu **funkcji jednostronnych**, dla których znalezienie wartości samej funkcji jest łatwe zaś znalezienie argumentu funkcji kiedy znamy jej wartość jest **obliczeniowo trudne** (jak trudne to zależy od aktualnego stanu wiedzy i rozwoju techniki)
- Najbardziej znany kryptosystem z kluczem publicznym, **RSA**, opiera się na trudności z **rozkładem liczby na czynniki** (faktoryzacja)

A jednak!?

- Bezpieczeństwo systemu kryptograficznego z kluczem publicznym jest oparte na istnieniu **funkcji jednostronnych**, dla których znalezienie wartości samej funkcji jest łatwe zaś znalezienie argumentu funkcji kiedy znamy jej wartość jest **obliczeniowo trudne** (jak trudne to zależy od aktualnego stanu wiedzy i rozwoju techniki)
- Najbardziej znany kryptosystem z kluczem publicznym, **RSA**, opiera się na trudności z **rozkładem liczby na czynniki** (faktoryzacja)

A jednak!?

- Bezpieczeństwo systemu kryptograficznego z kluczem publicznym jest oparte na istnieniu **funkcji jednostronnych**, dla których znalezienie wartości samej funkcji jest łatwe zaś znalezienie argumentu funkcji kiedy znamy jej wartość jest **obliczeniowo trudne** (jak trudne to zależy od aktualnego stanu wiedzy i rozwoju techniki)
- Najbardziej znany kryptosystem z kluczem publicznym, **RSA**, opiera się na trudności z **rozkładem liczby na czynniki** (faktoryzacja)

Weźmy np. liczbę

A jednak!?

- Bezpieczeństwo systemu kryptograficznego z kluczem publicznym jest oparte na istnieniu **funkcji jednostronnych**, dla których znalezienie wartości samej funkcji jest łatwe zaś znalezienie argumentu funkcji kiedy znamy jej wartość jest **obliczeniowo trudne** (jak trudne to zależy od aktualnego stanu wiedzy i rozwoju techniki)
- Najbardziej znany kryptosystem z kluczem publicznym, **RSA**, opiera się na trudności z **rozkładem liczby na czynniki** (faktoryzacja)

Weźmy np. liczbę

$$42573452182108188851 = \boxed{} \cdot \boxed{}$$

$$42573452182108188851 =$$

A jednak!?

- Bezpieczeństwo systemu kryptograficznego z kluczem publicznym jest oparte na istnieniu **funkcji jednostronnych**, dla których znalezienie wartości samej funkcji jest łatwe zaś znalezienie argumentu funkcji kiedy znamy jej wartość jest **obliczeniowo trudne** (jak trudne to zależy od aktualnego stanu wiedzy i rozwoju techniki)
- Najbardziej znany kryptosystem z kluczem publicznym, **RSA**, opiera się na trudności z **rozkładem liczby na czynniki** (faktoryzacja)

Weźmy np. liczbę

$$42573452182108188851 = \boxed{} \cdot \boxed{}$$

$$42573452182108188851 = 4657537033 \cdot 9140765147$$

RSA Challenge Numbers

Do sfaktoryzowania: **RSA-640**, **193** cyfry dziesiętne

RSA Challenge Numbers

Do sfaktoryzowania: RSA-640, 193 cyfry dziesiętne

31074182404900437213507500358885679300373460228427
27545720161948823206440518081504556346829671723286
78243791627283803341547107310850191954852900733772
4822783525742386454014691736602477652346609

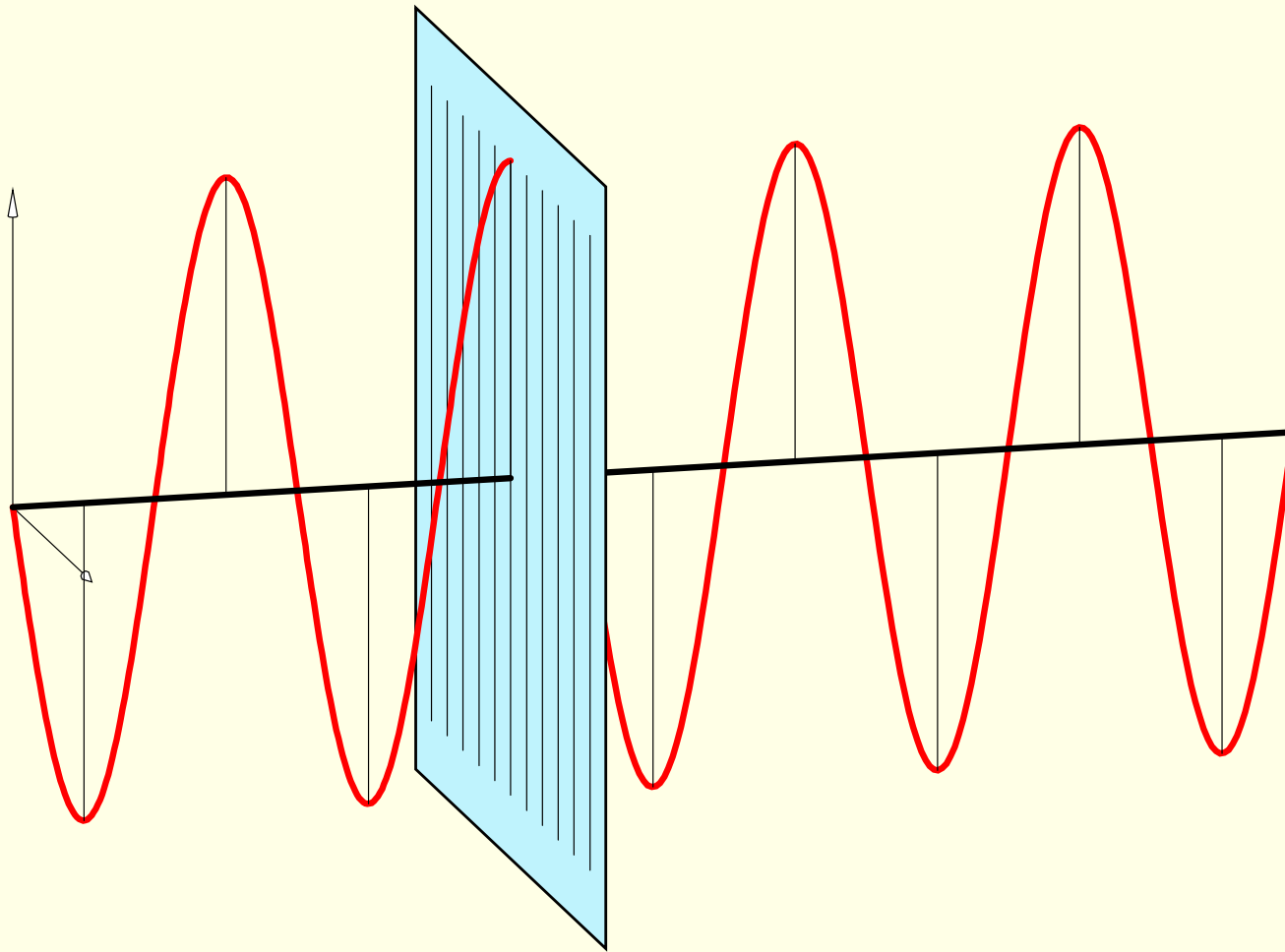
RSA Challenge Numbers

Do sfaktoryzowania: RSA-640, 193 cyfry dziesiętne

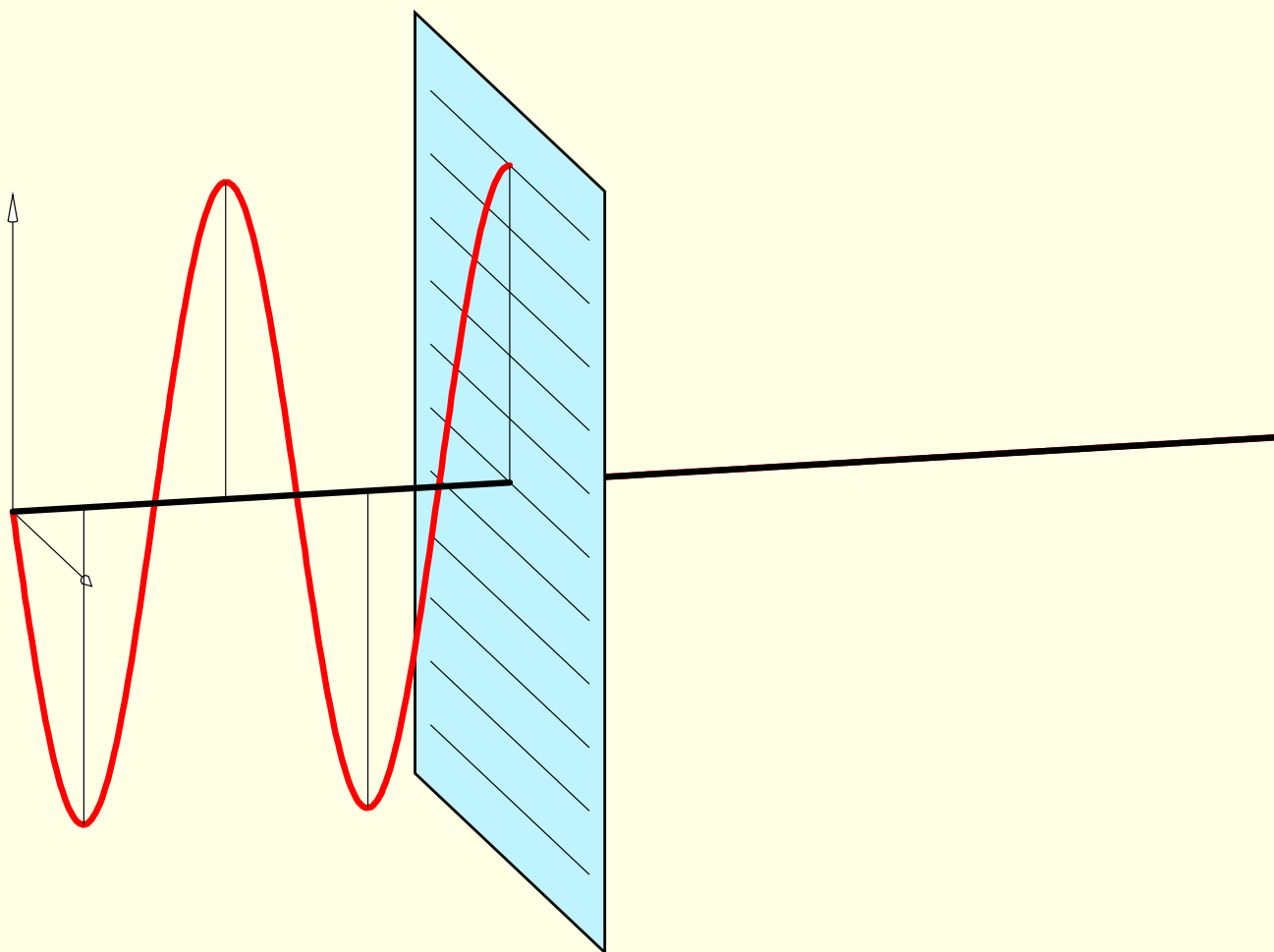
31074182404900437213507500358885679300373460228427
27545720161948823206440518081504556346829671723286
78243791627283803341547107310850191954852900733772
4822783525742386454014691736602477652346609

Nagroda 20000 \$

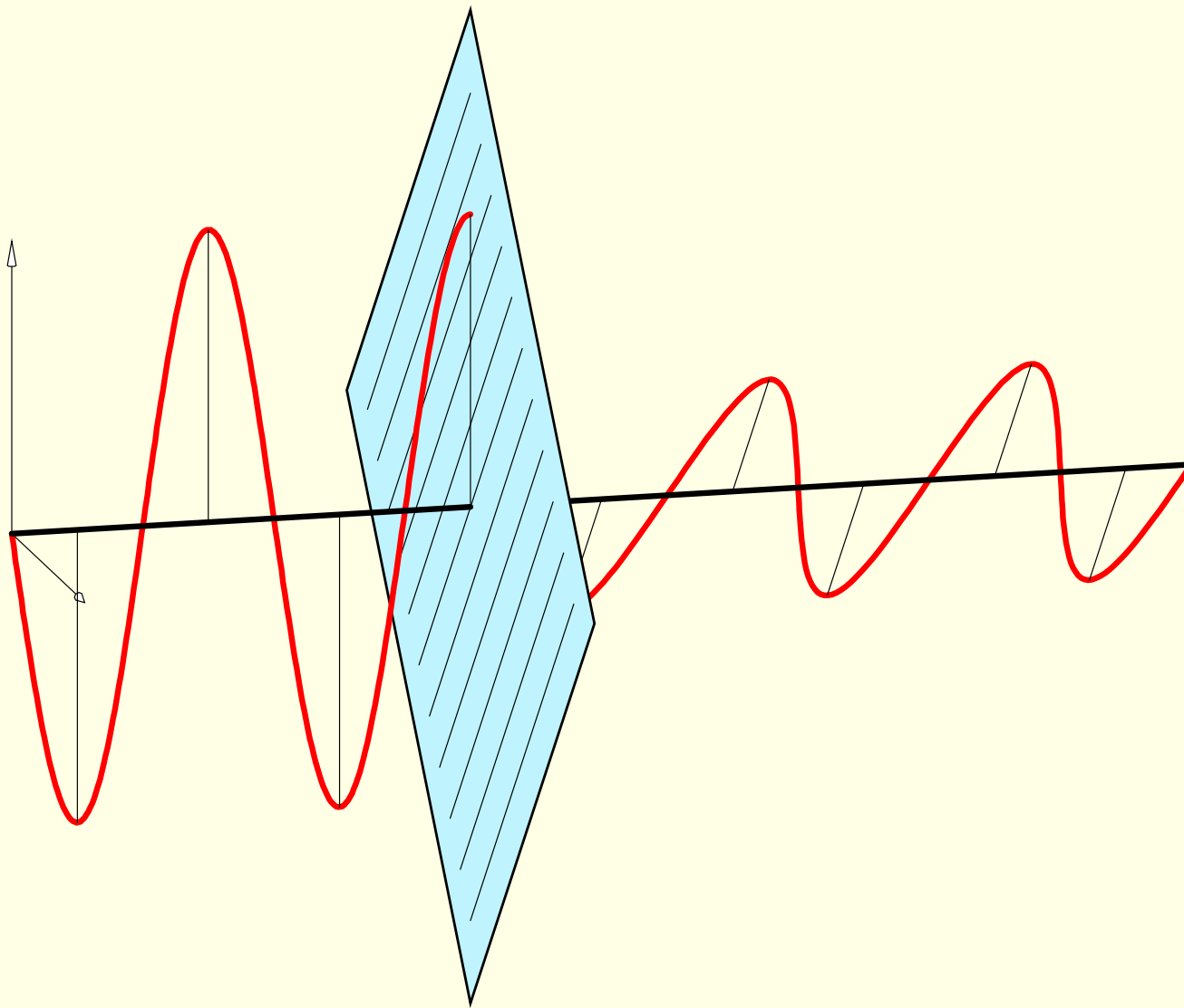
5 Fotony i ich polaryzacja



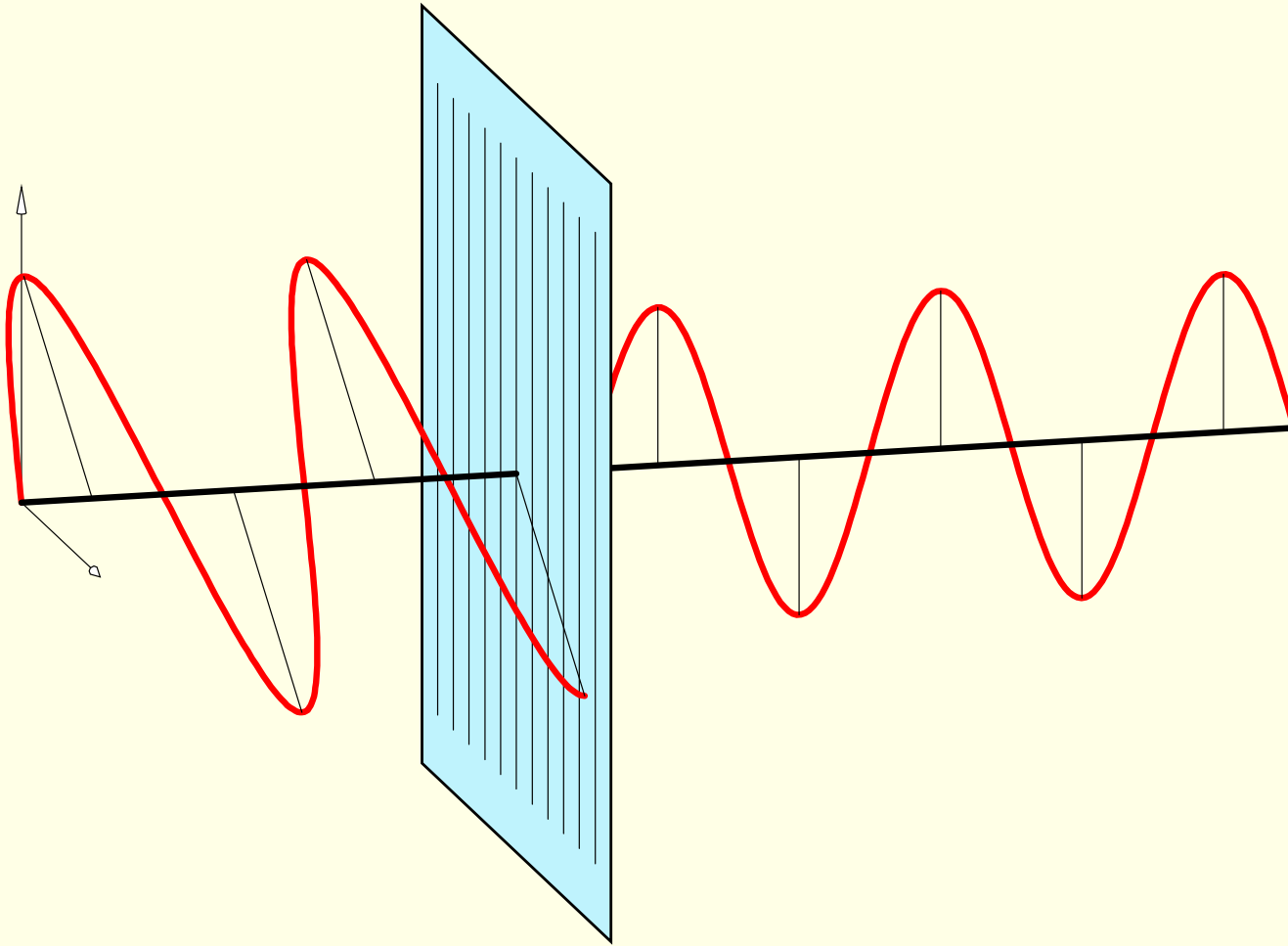
Polaryzator ustawiony pionowo przepuszcza światło spolaryzowane pionowo.



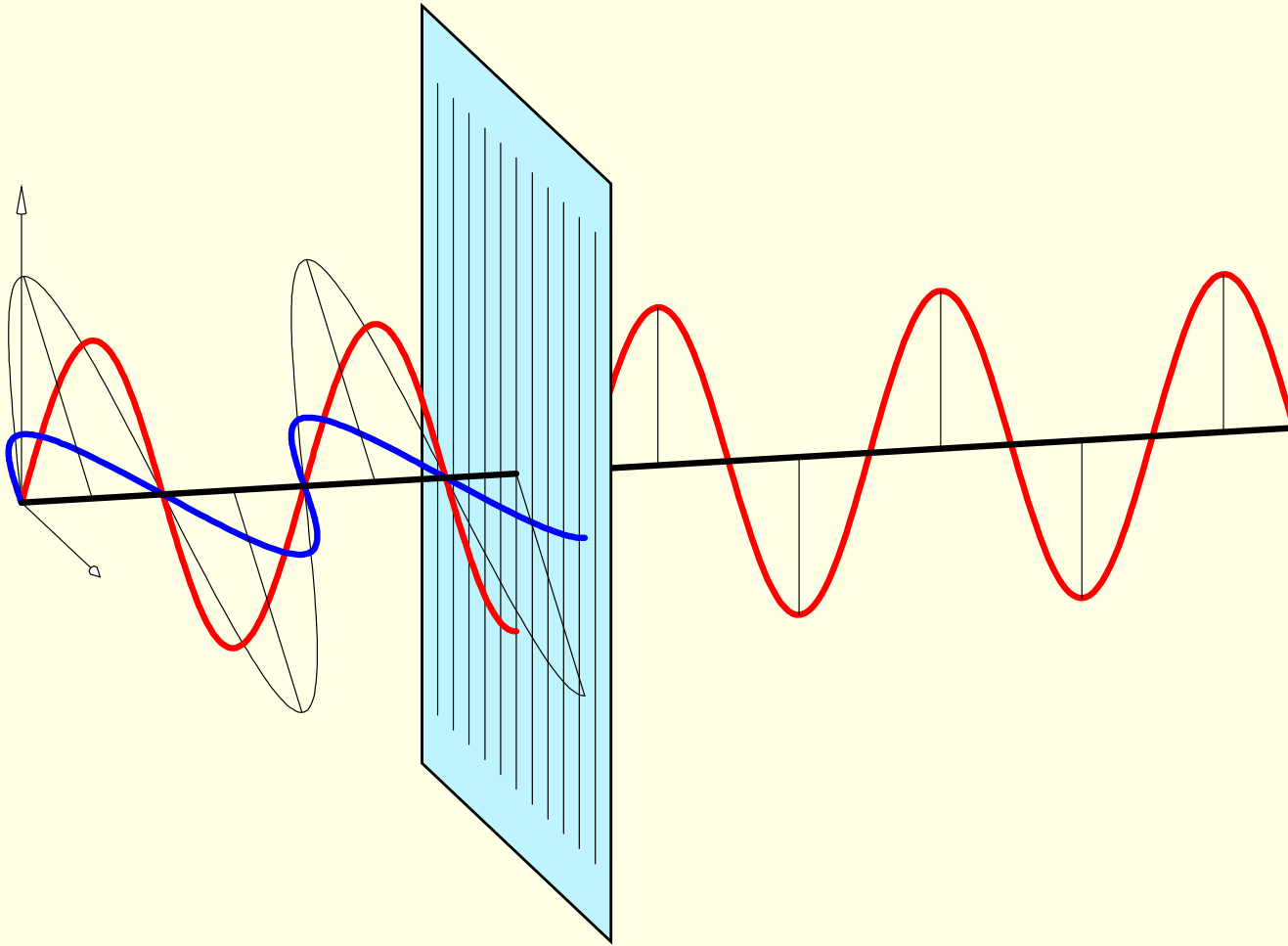
Polaryzator ustawiony **poziomo** zatrzymuje światło spolaryzowane **pionowo**.



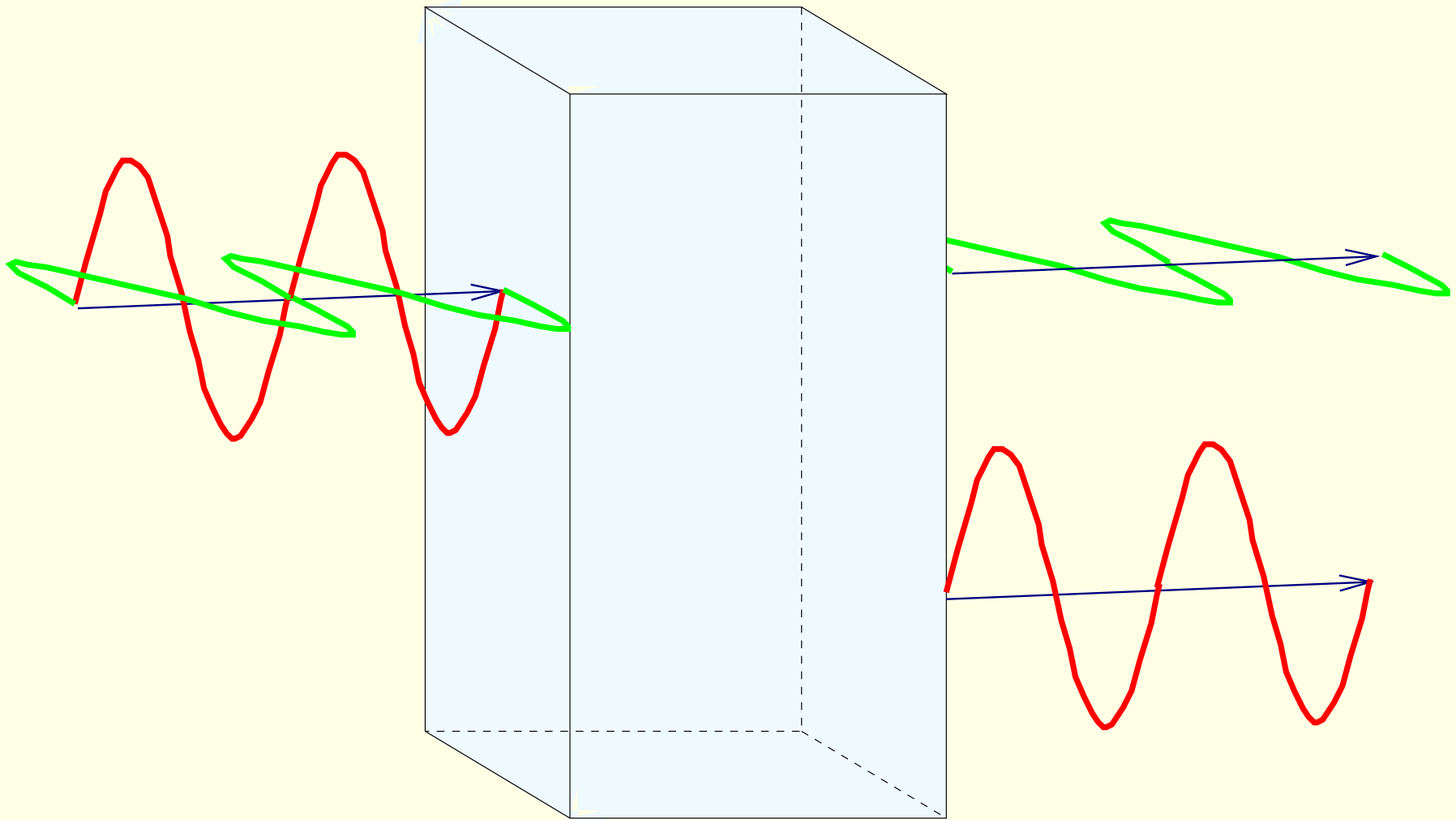
Polaryzator ustawiony **ukośnie** przepuszcza światło spolaryzowane **ukośnie**. Skąd się wzięło światło spolaryzowane **ukośnie**?



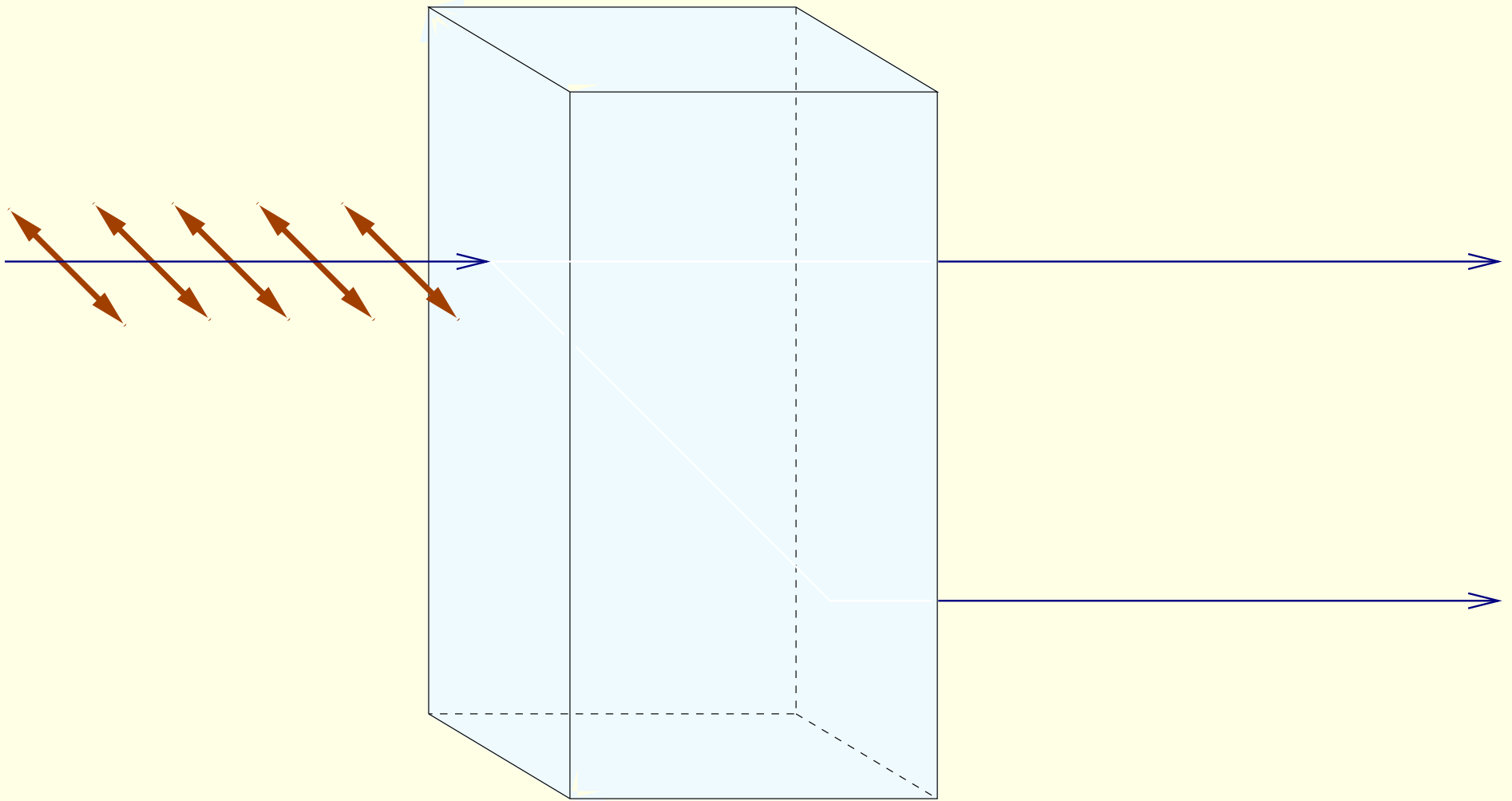
Pada światło spolaryzowane **ukośnie**, polaryzator ustawiony **pionowo** przepuszcza światło spolaryzowane **pionowo**.



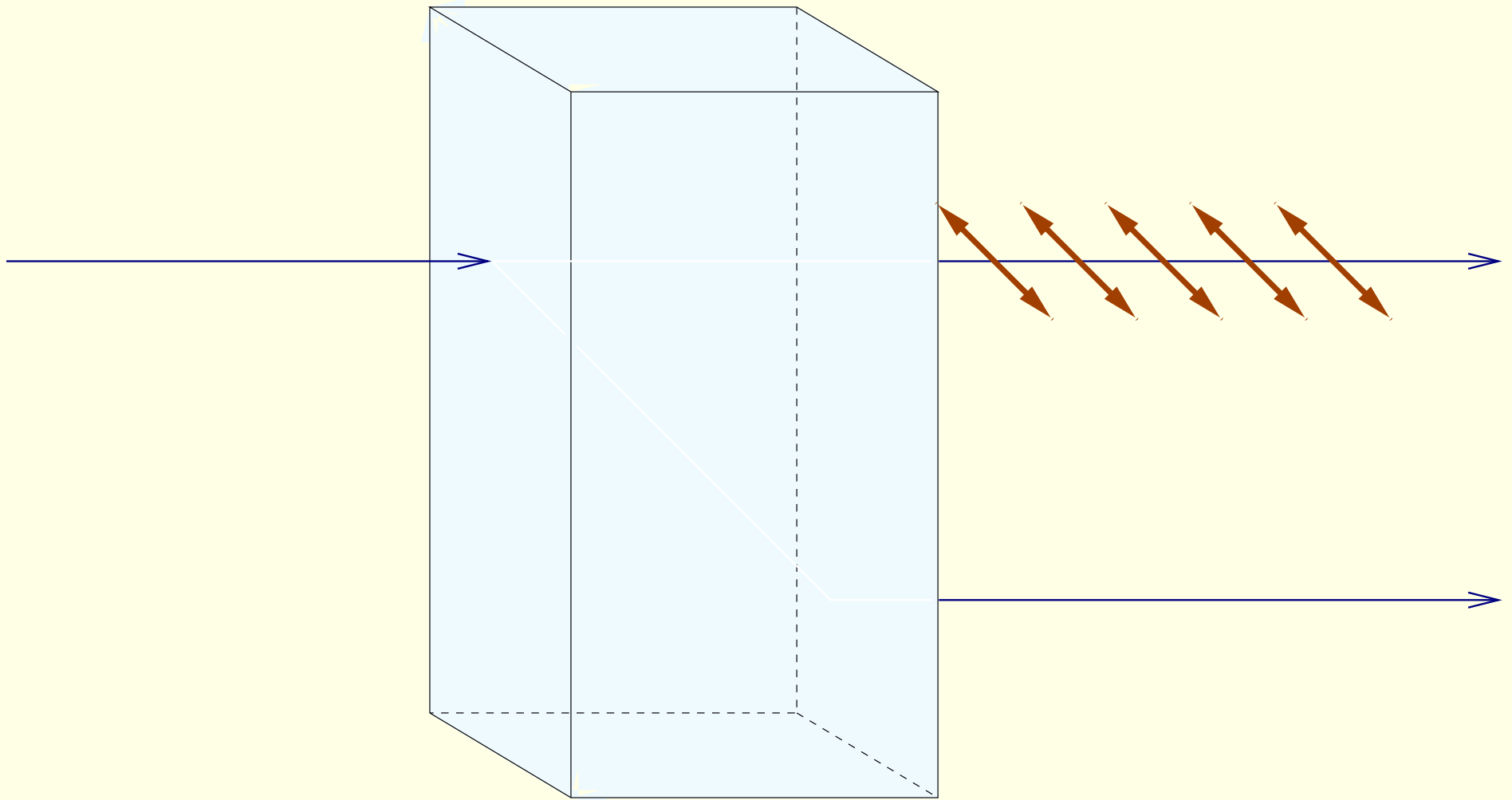
Polaryzacja ukośna jest superpozycją polaryzacji pionowej i poziomej. Polaryzator przepuszcza tylko składową pionową!



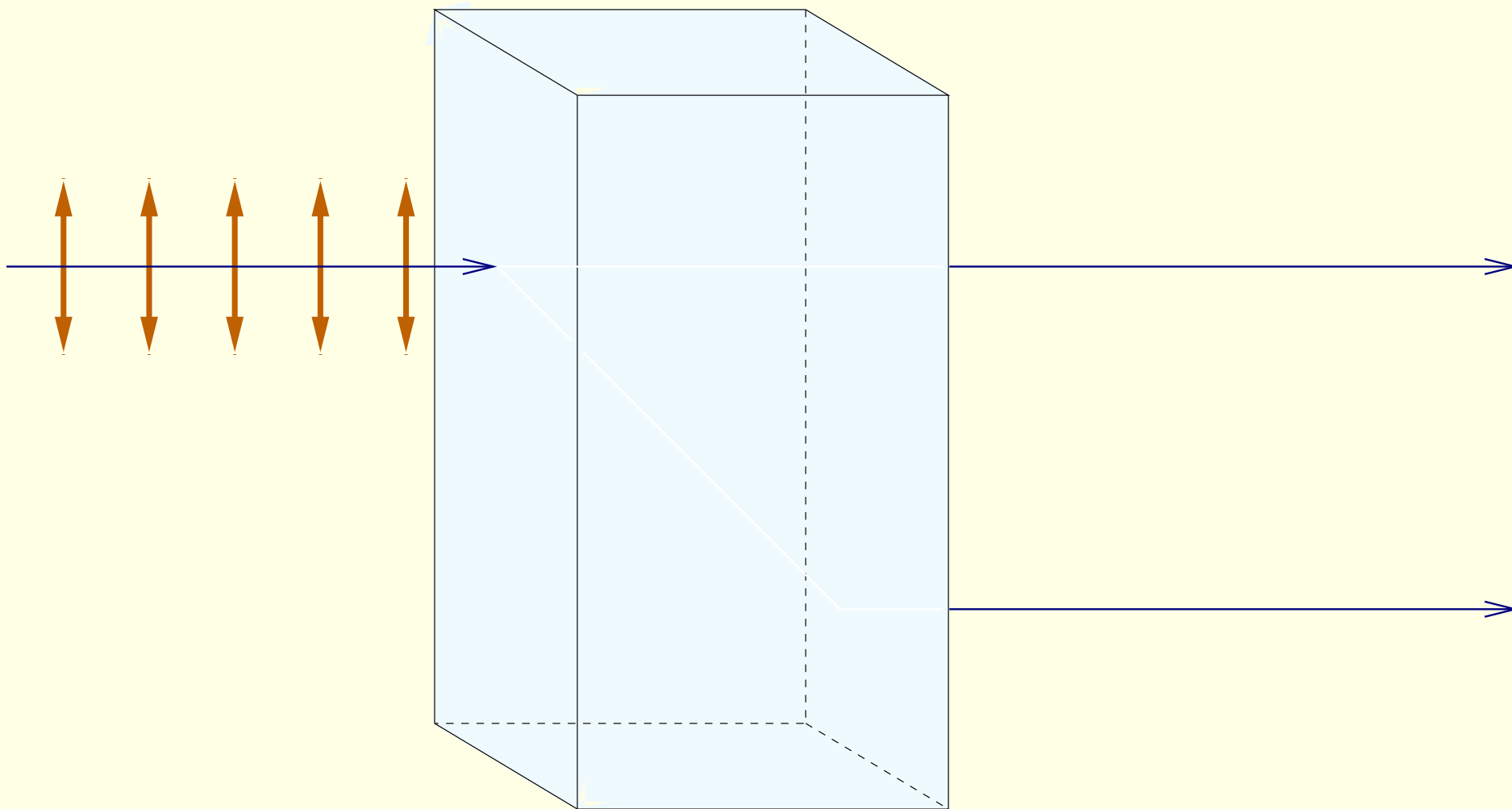
Dwójłomny kryształ kalcytu rozdziela falę świetlną na dwie składowe o wzajemnie prostopadłych polaryzacjach (promień zwyczajny i nadzwyczajny).



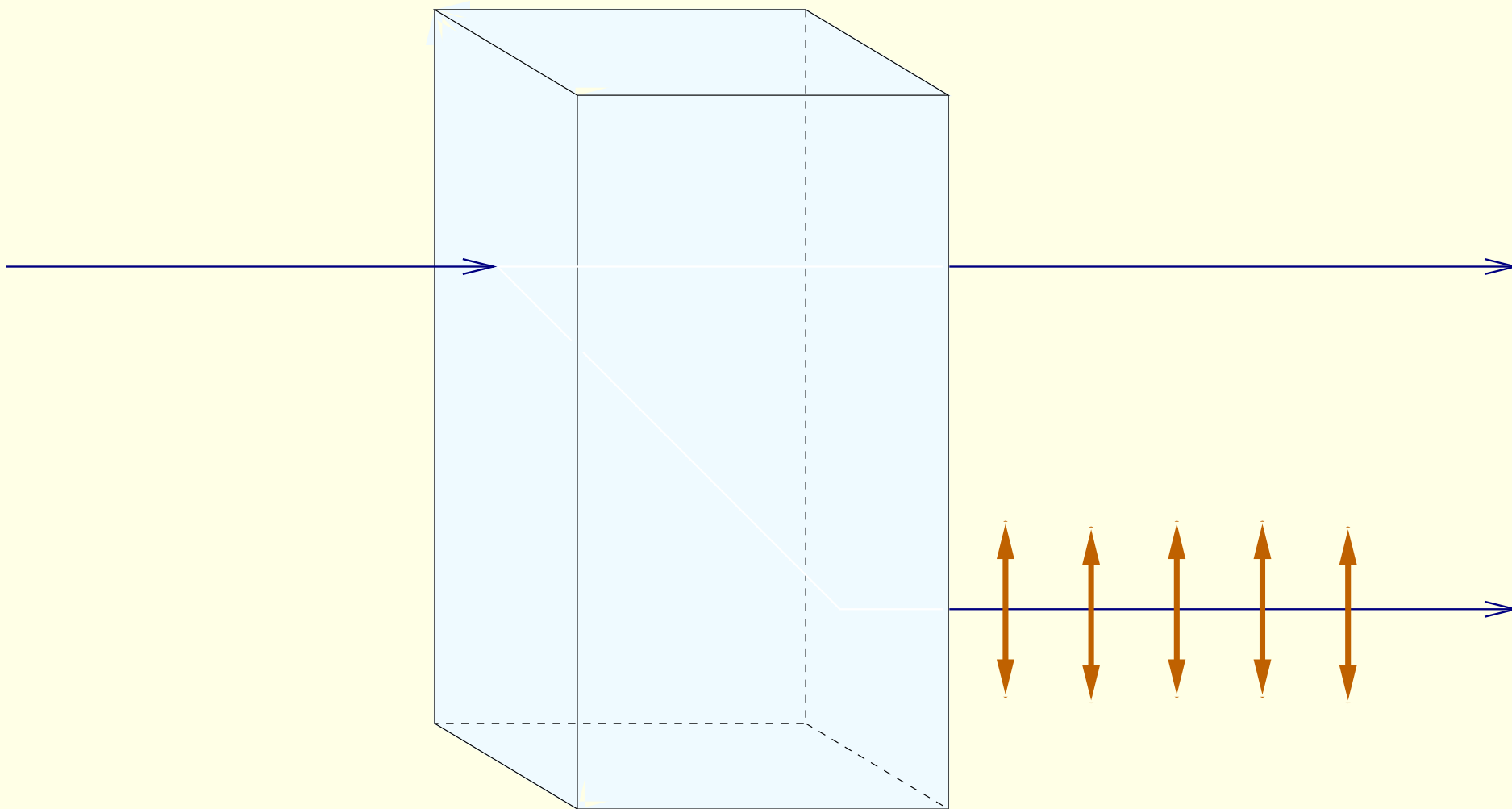
Poziomo spolaryzowane fotony padające na kryształ kalcytu ...



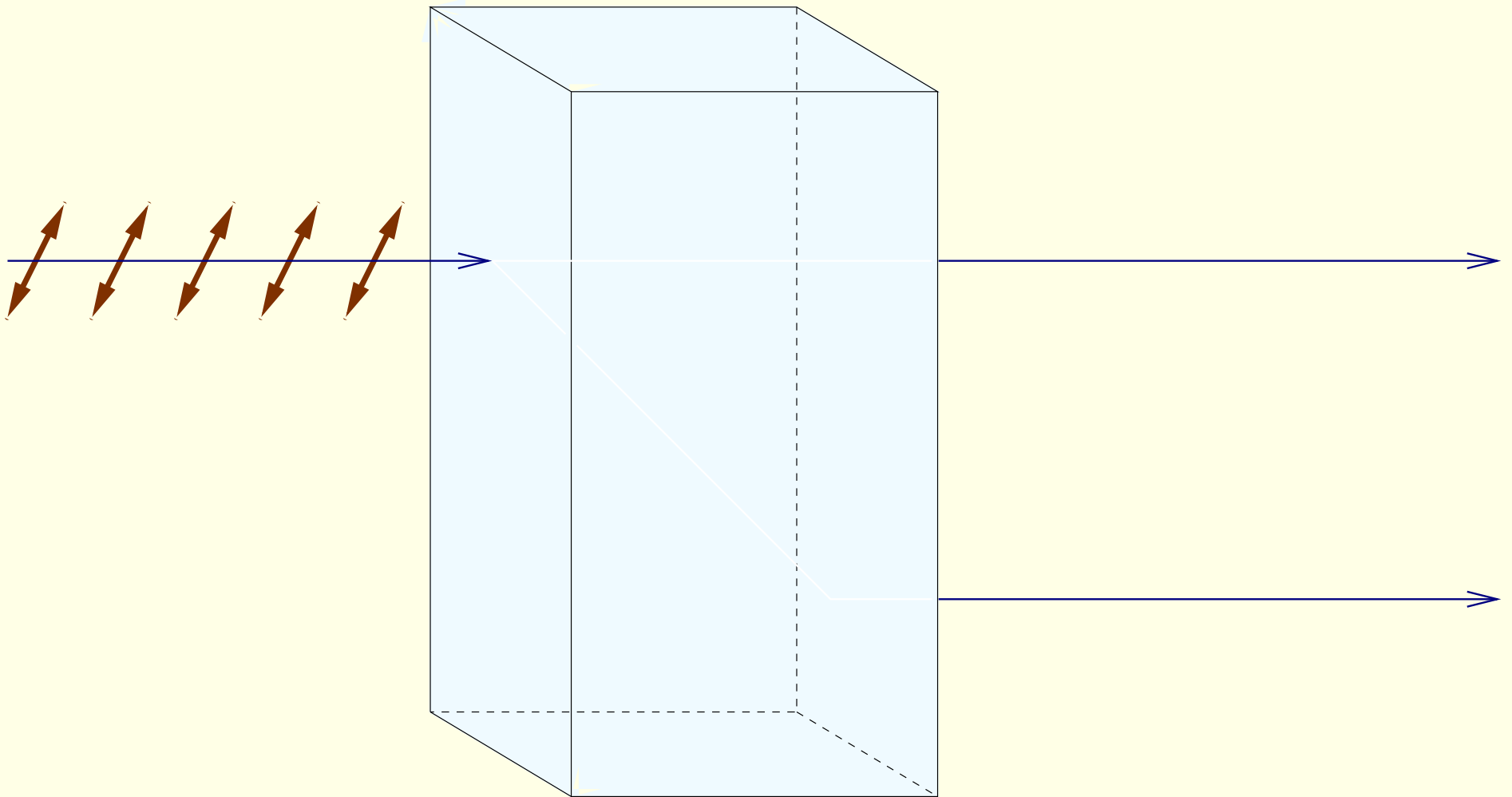
... przechodzą przez kryształ kalcytu bez zmiany kierunku propagacji tworząc promień zwyczajny.



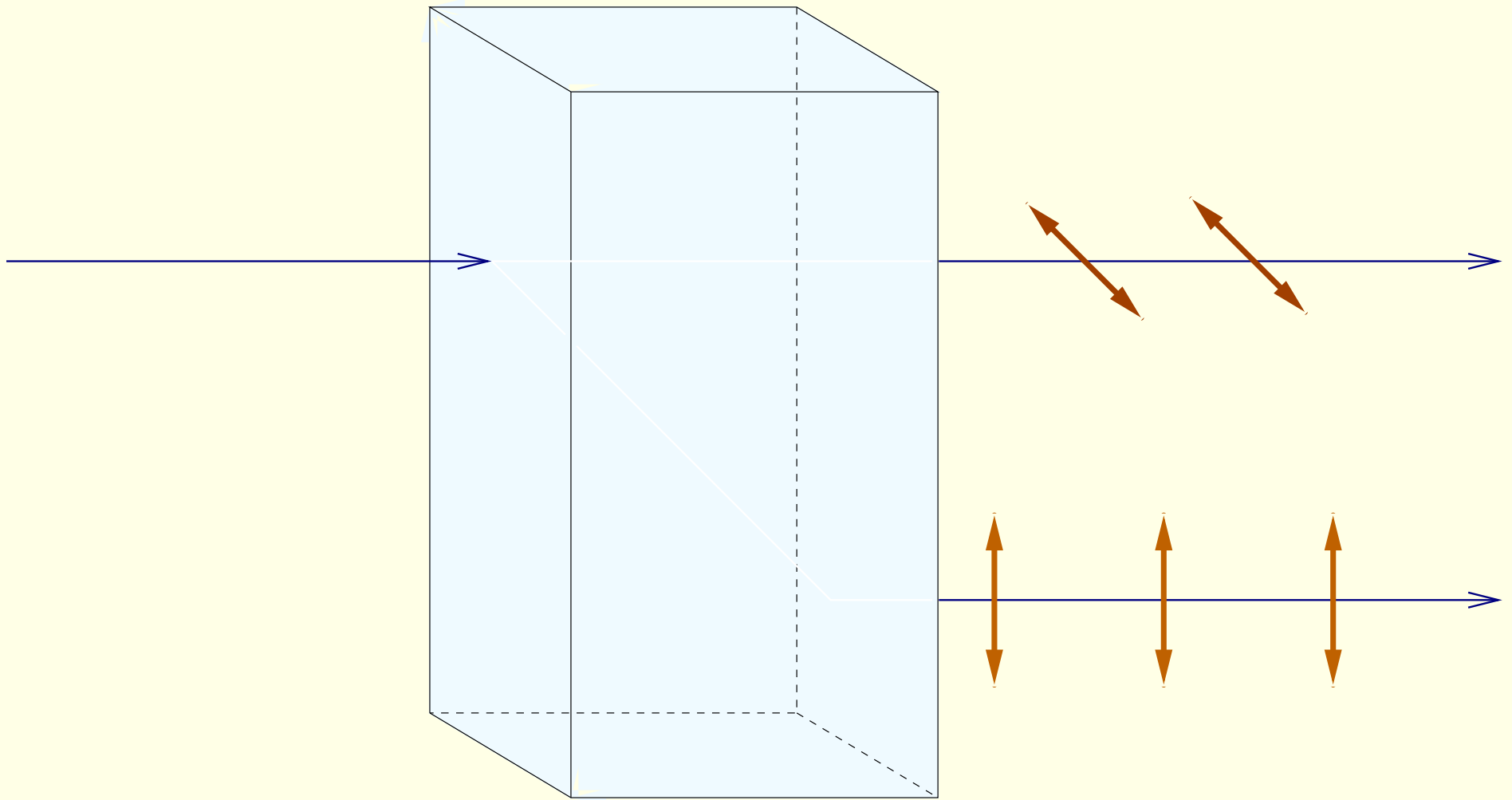
Pionowo spolaryzowane fotony padające na kryształ kalcytu ...



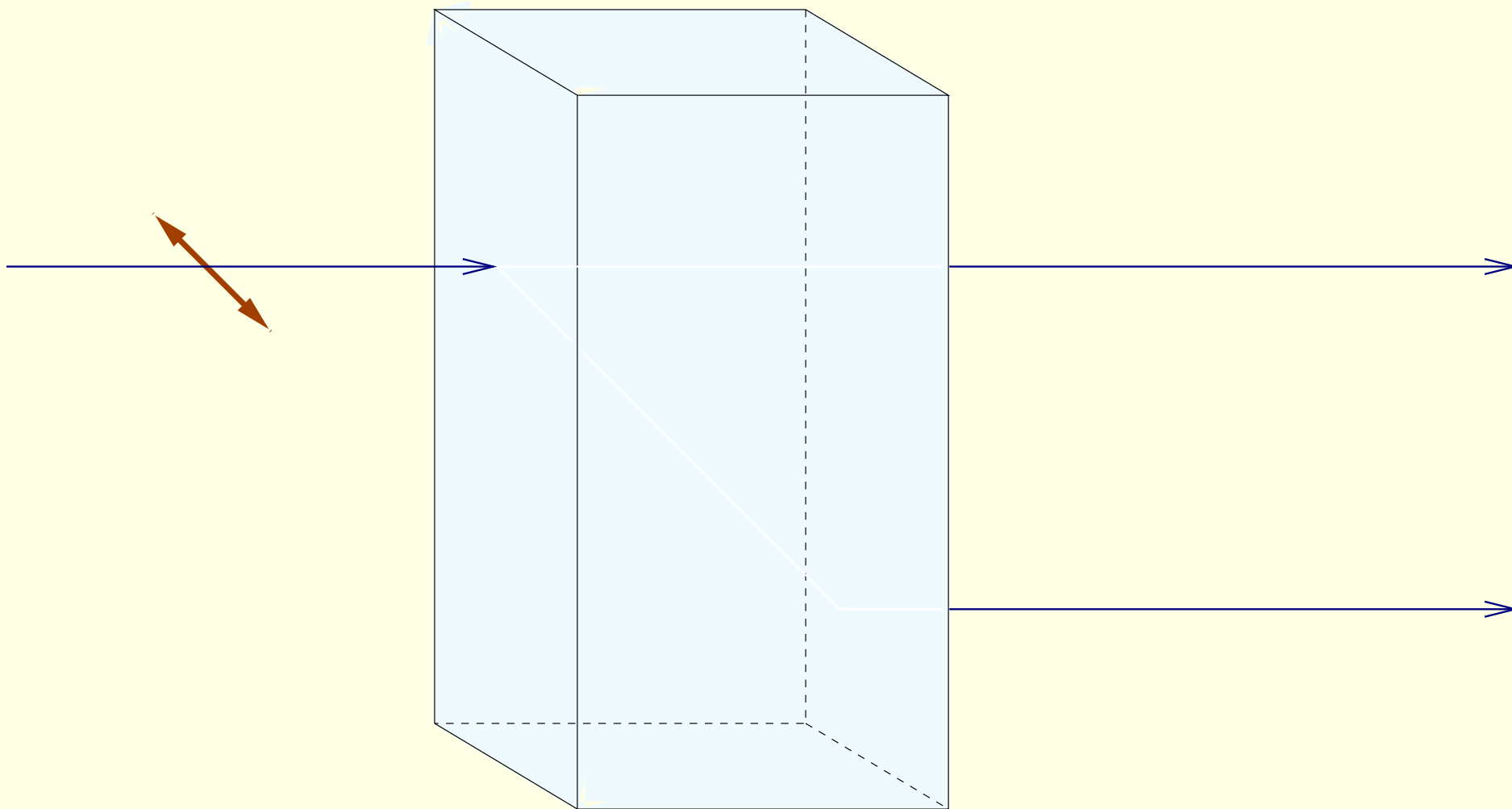
... zostają odchylone tworząc promień nadzwyczajny.



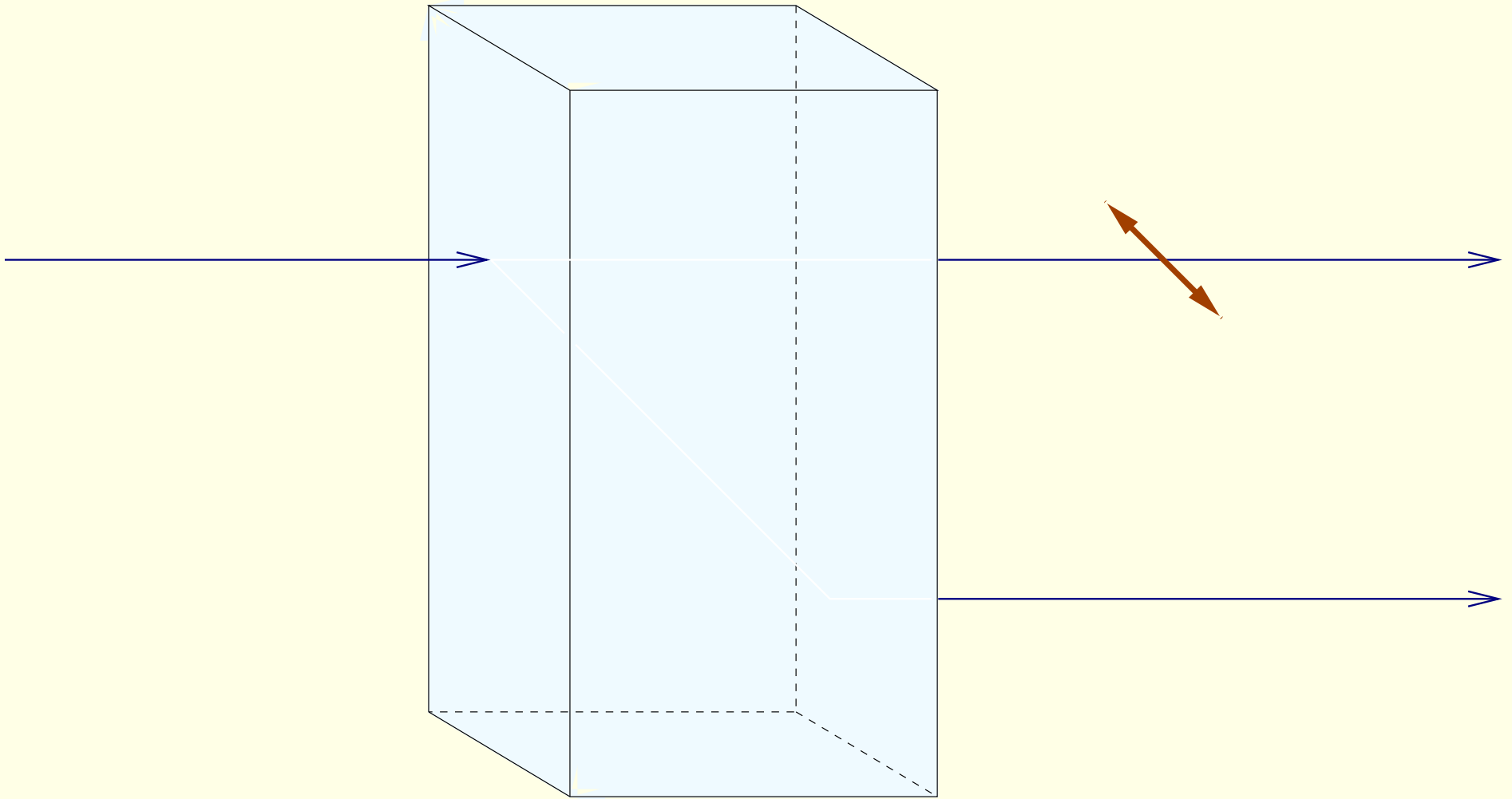
Fotony spolaryzowane **ukośnie** padające na kryształ kalcytu ...



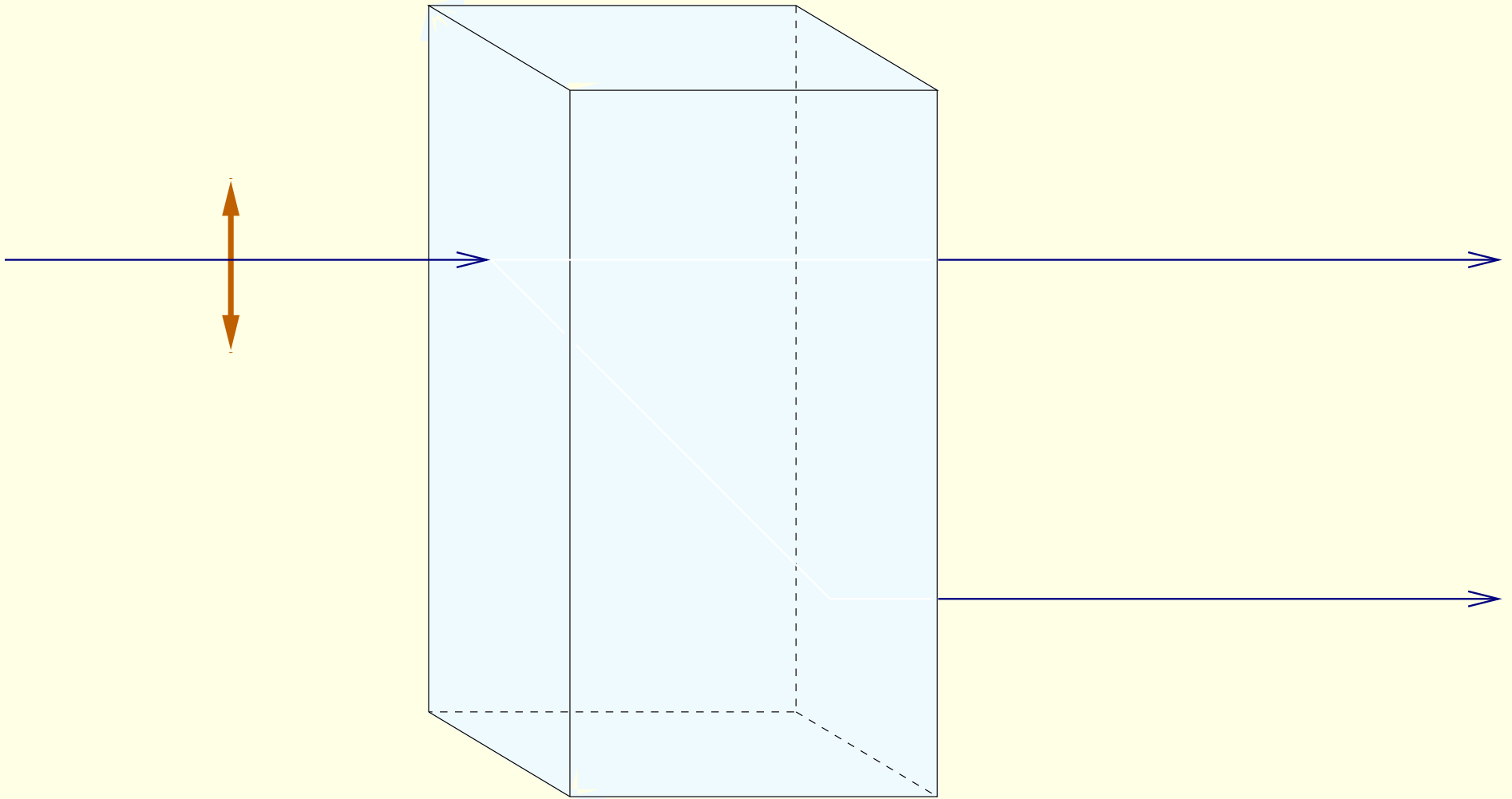
...otrzymują losowo polaryzację poziomą lub pionową i odpowiedni kierunek propagacji.



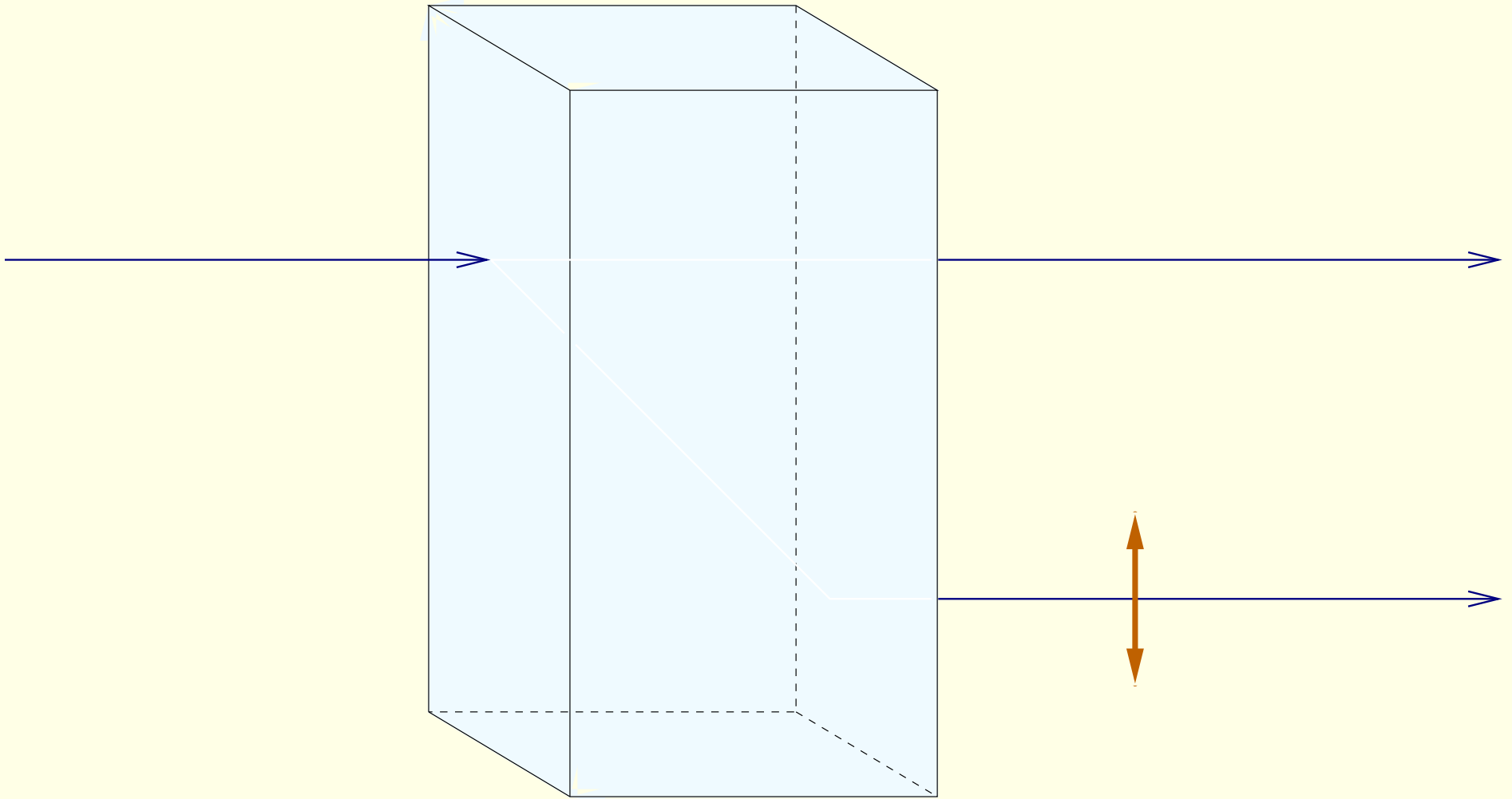
Pojedynczy foton o polaryzacji poziomej ...



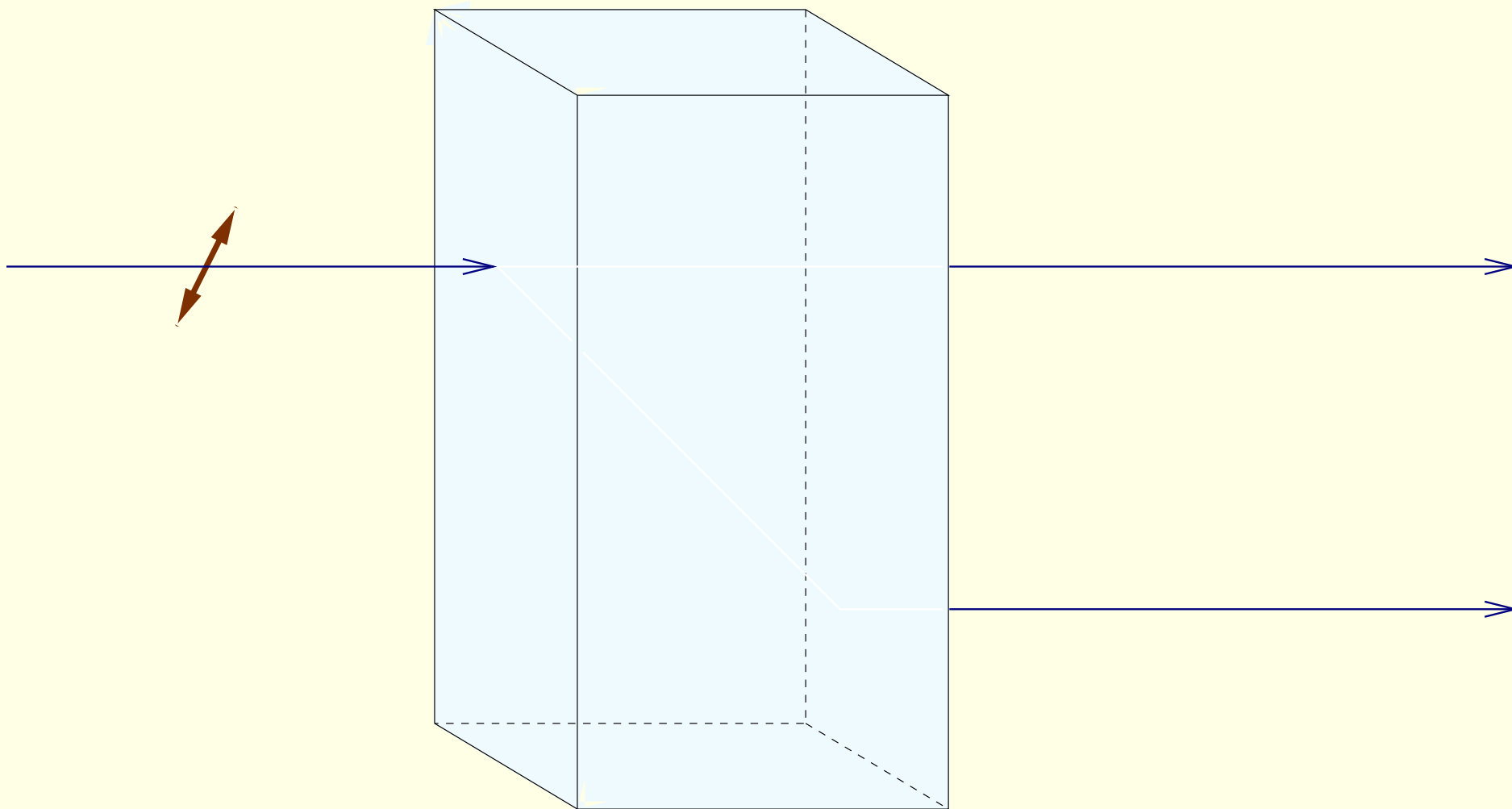
... przechodzi bez zmiany kierunku zachowując polaryzację **poziomą**.



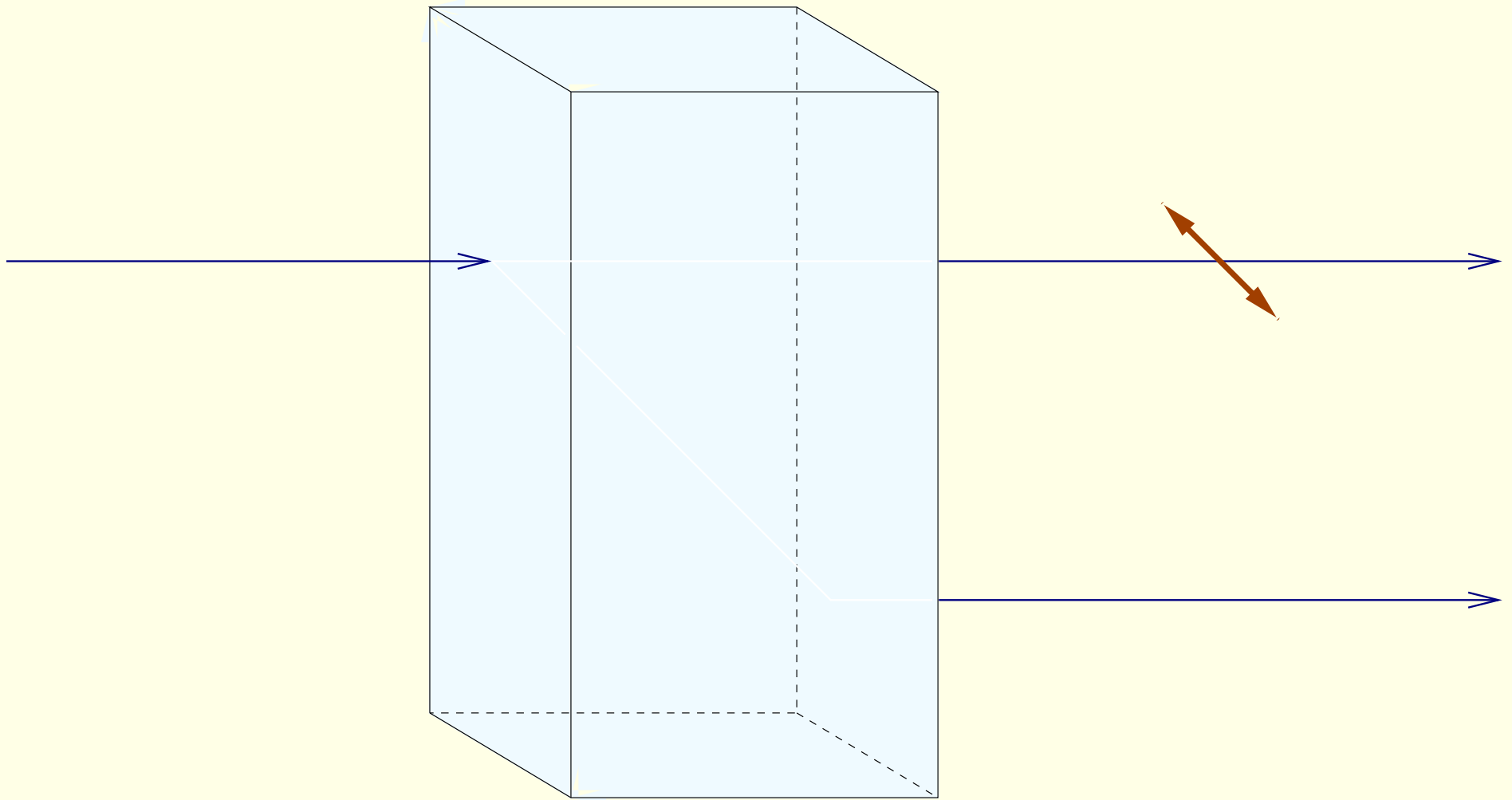
Pojedynczy foton o polaryzacji pionowej ...



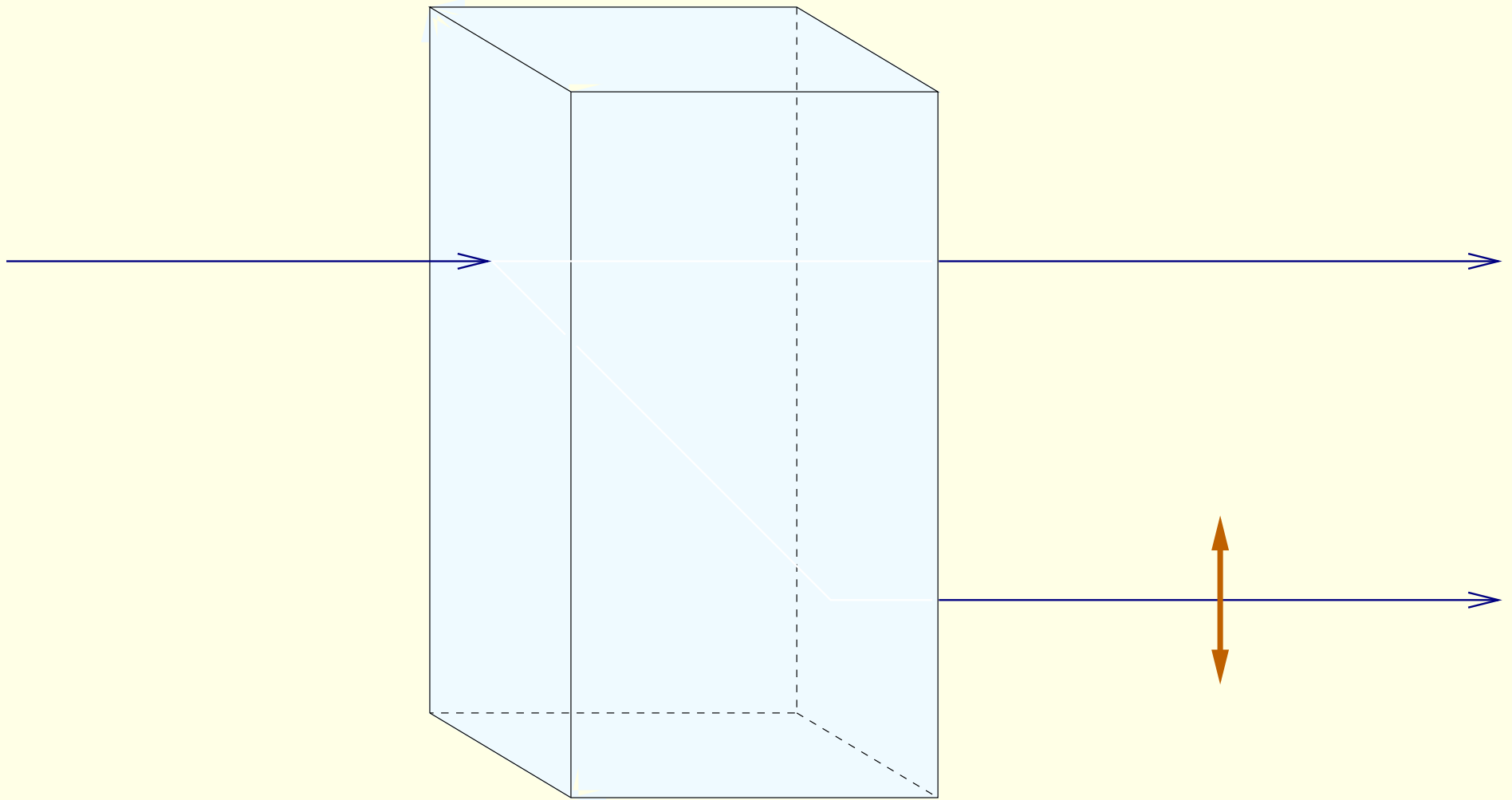
... zmienia kierunek propagacji zachowując polaryzację pionową.



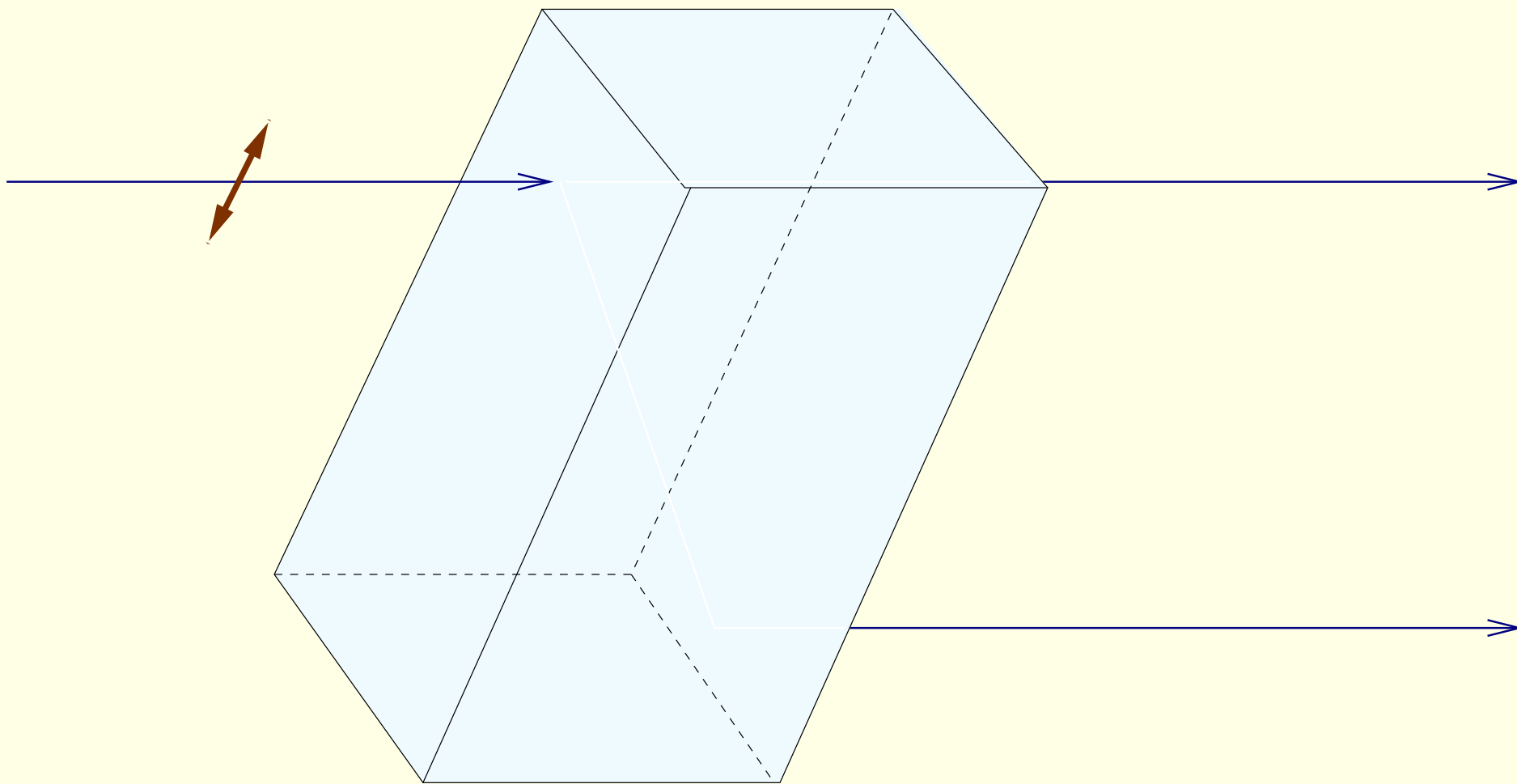
A co z **pojedynczym** fotonem o polaryzacji **ukośnej** w stosunku do osi kryształu?



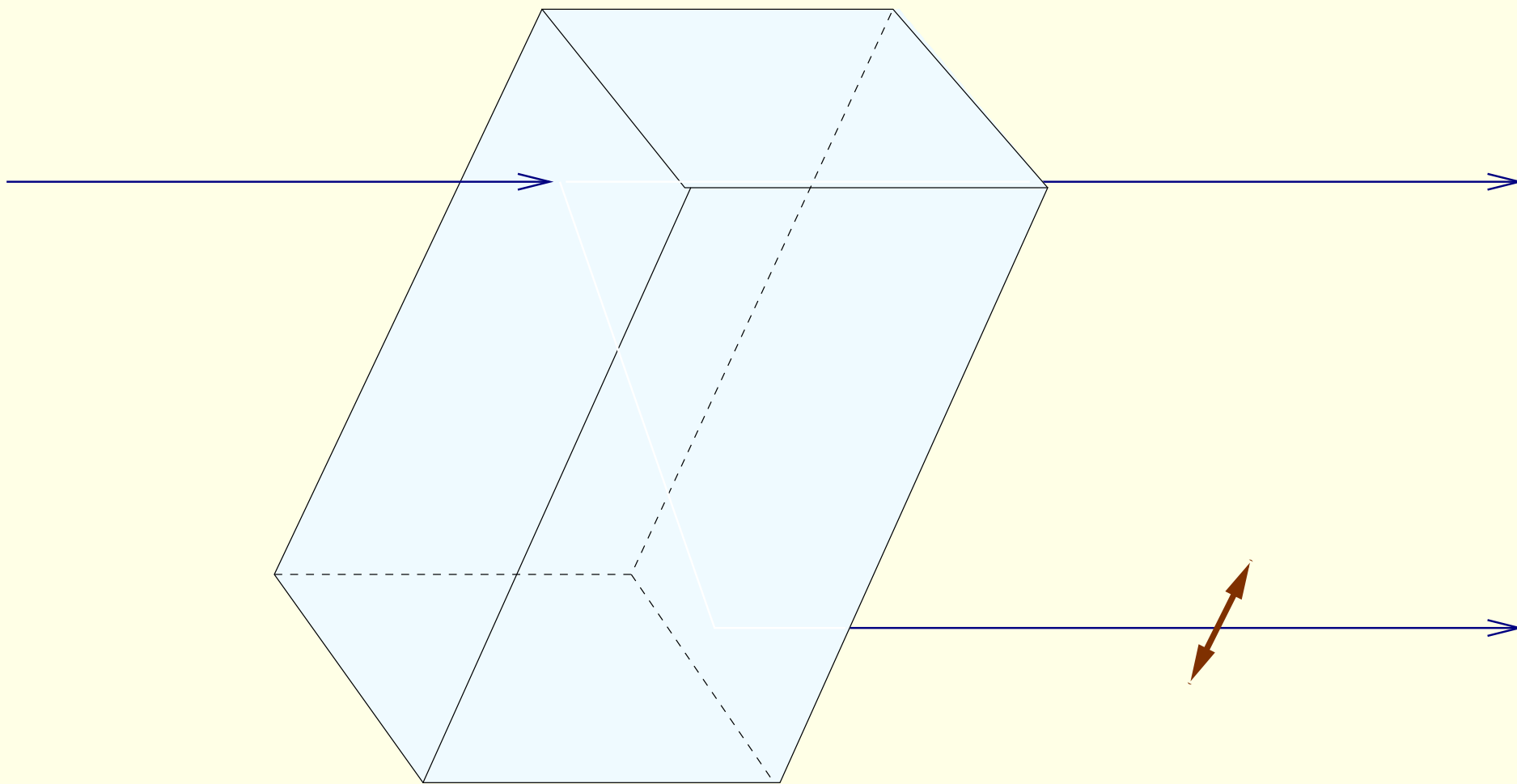
Foton o polaryzacji **ukośnej** znajdzie się z **prawdopodobieństwem $1/2$** w wiązce zwyczajnej z polaryzacją **poziomą** albo ...



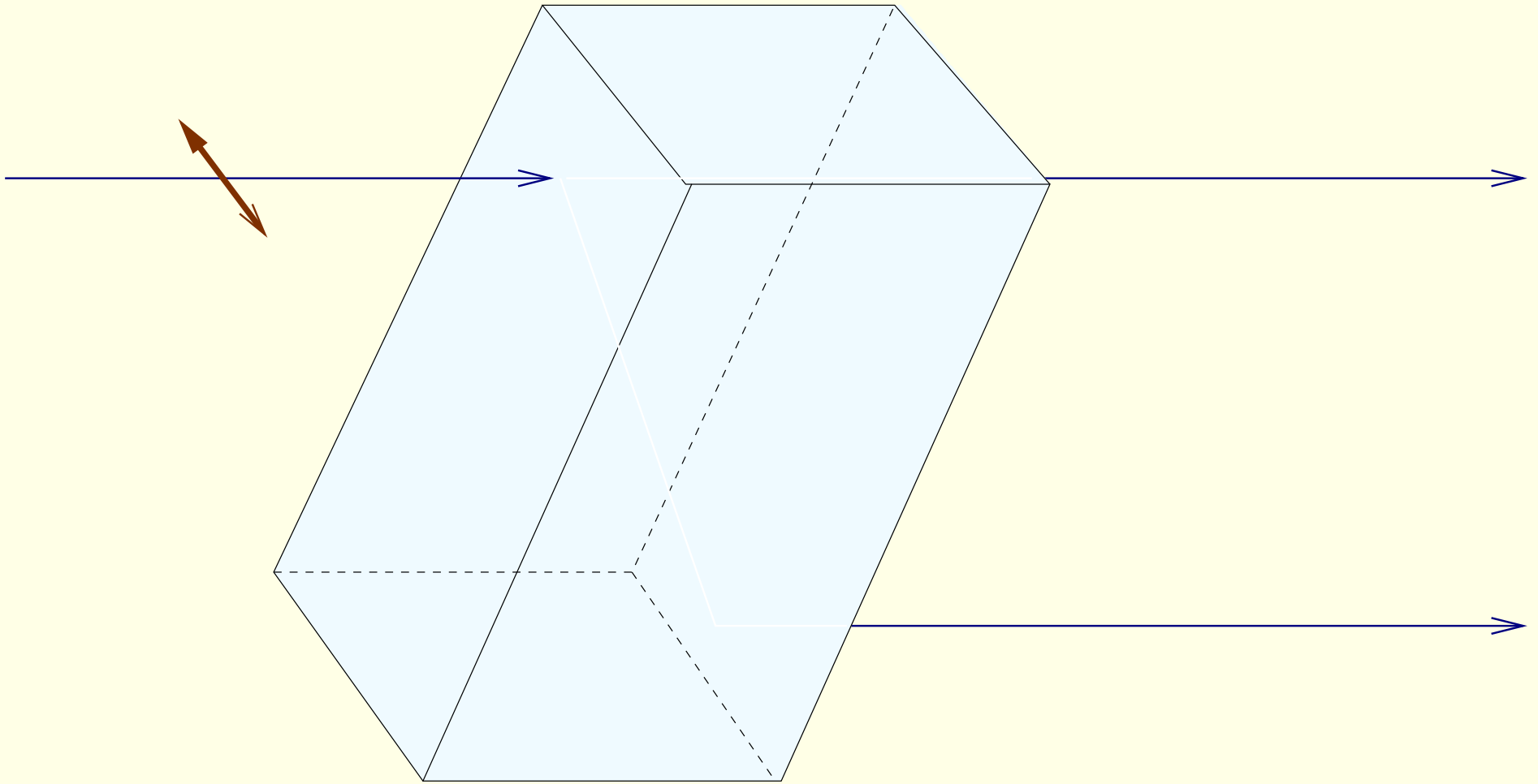
... z prawdopodobieństwem $1/2$ w wiązce nadzwyczajnej z polaryzacją pionową. Obie te możliwości są jednakowo prawdopodobne: foton nie niesie już żadnej informacji o poprzedniej polaryzacji.



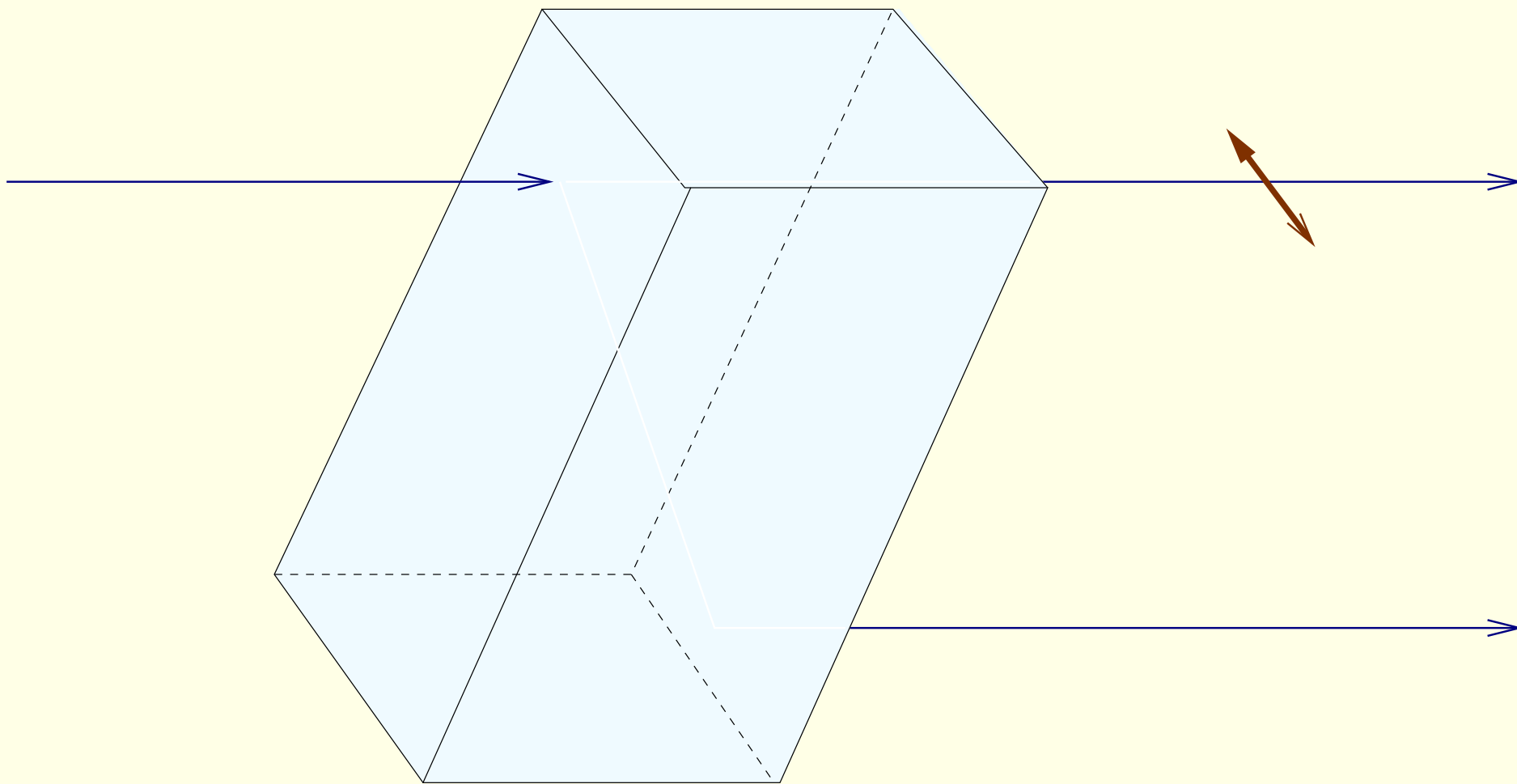
Jeśli obrócimy kryształ o -45° (135°), to foton **ukośny** -45° staje się fotonem **pionowym** w nowym układzie i ...



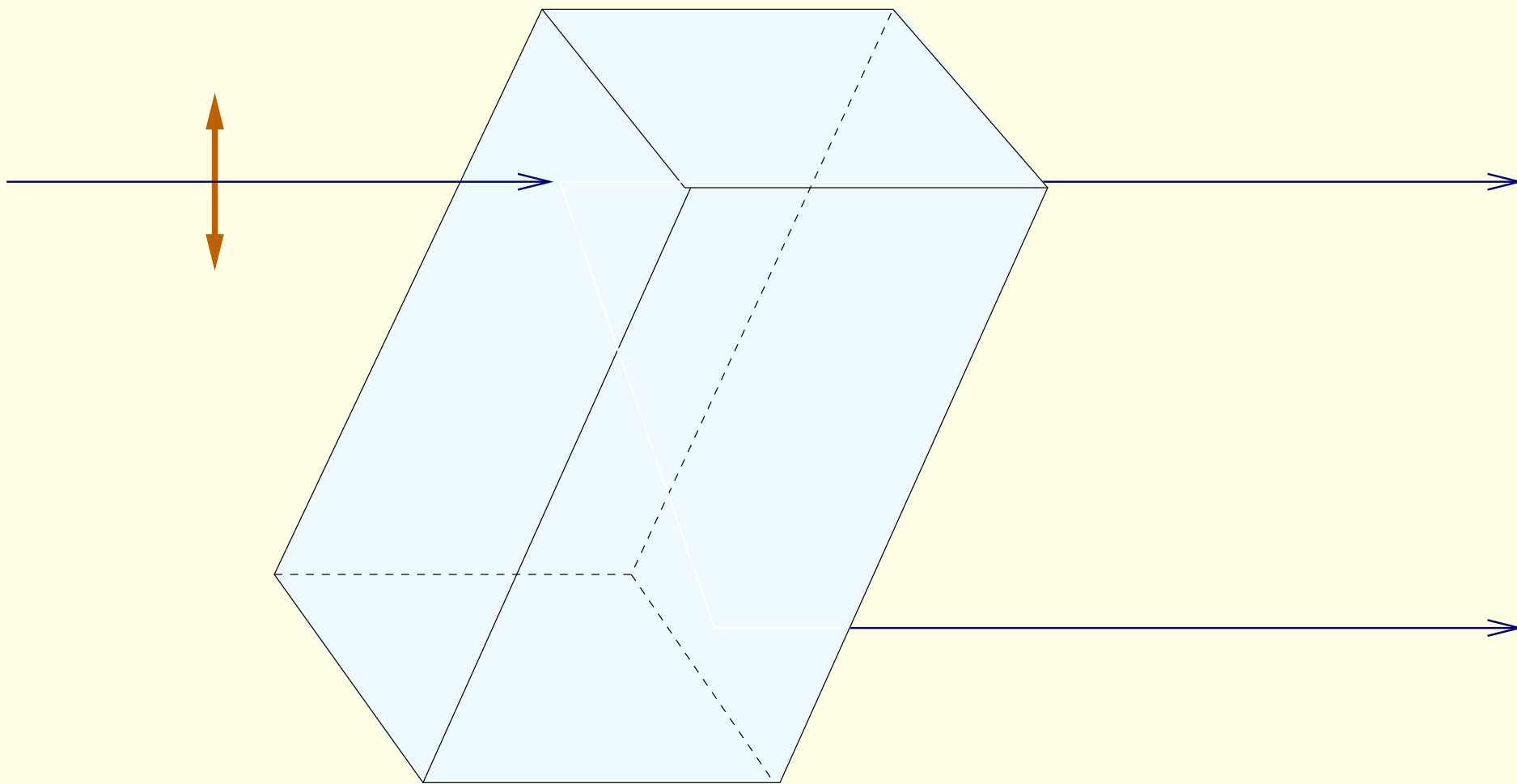
... przechodzi przez kryształ bez zmiany polaryzacji do wiązki nadzwyczajnej.



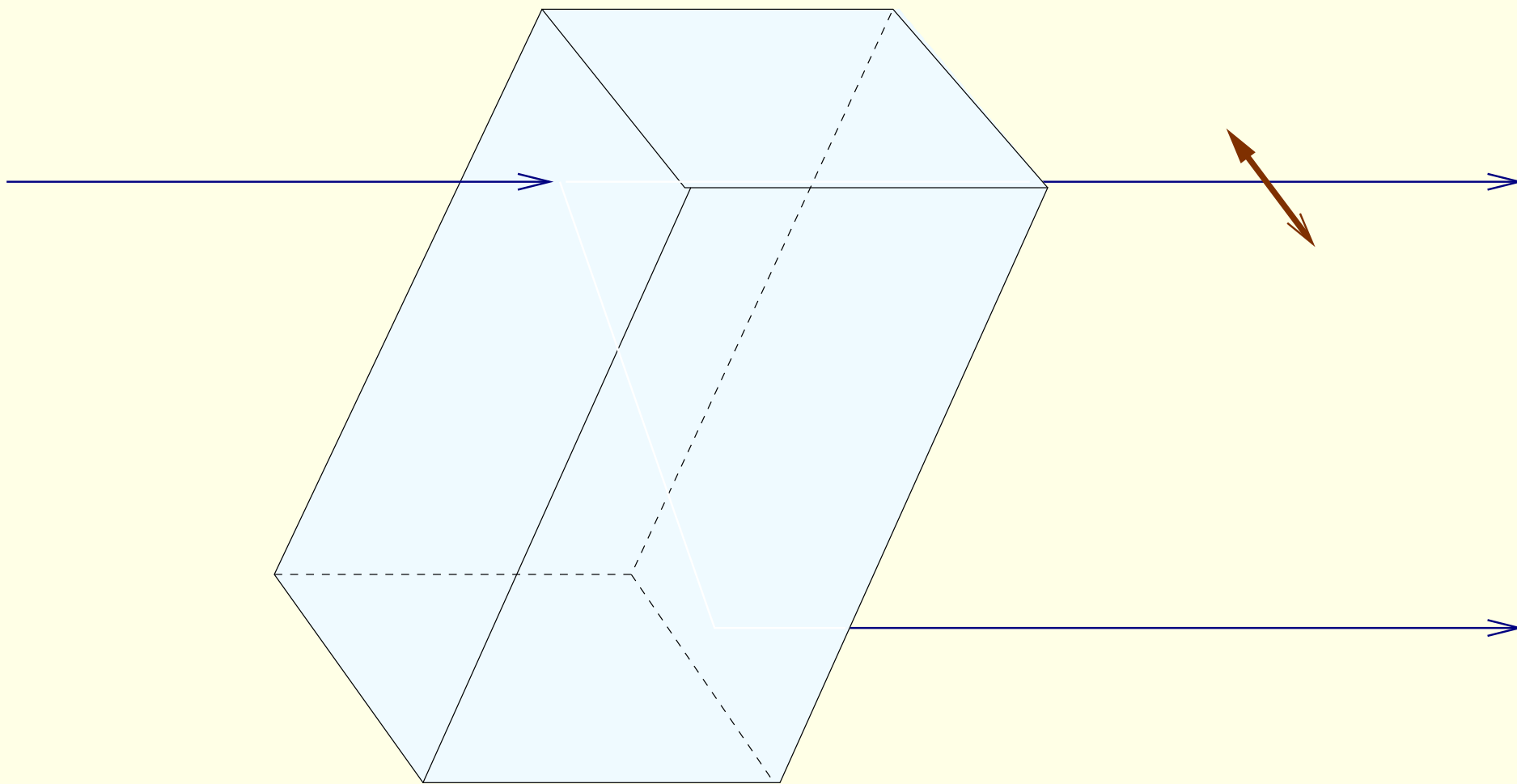
Prostopadły do kierunku -45° foton ukośny 45° staje się dla kryształu fotonem poziomym i ...



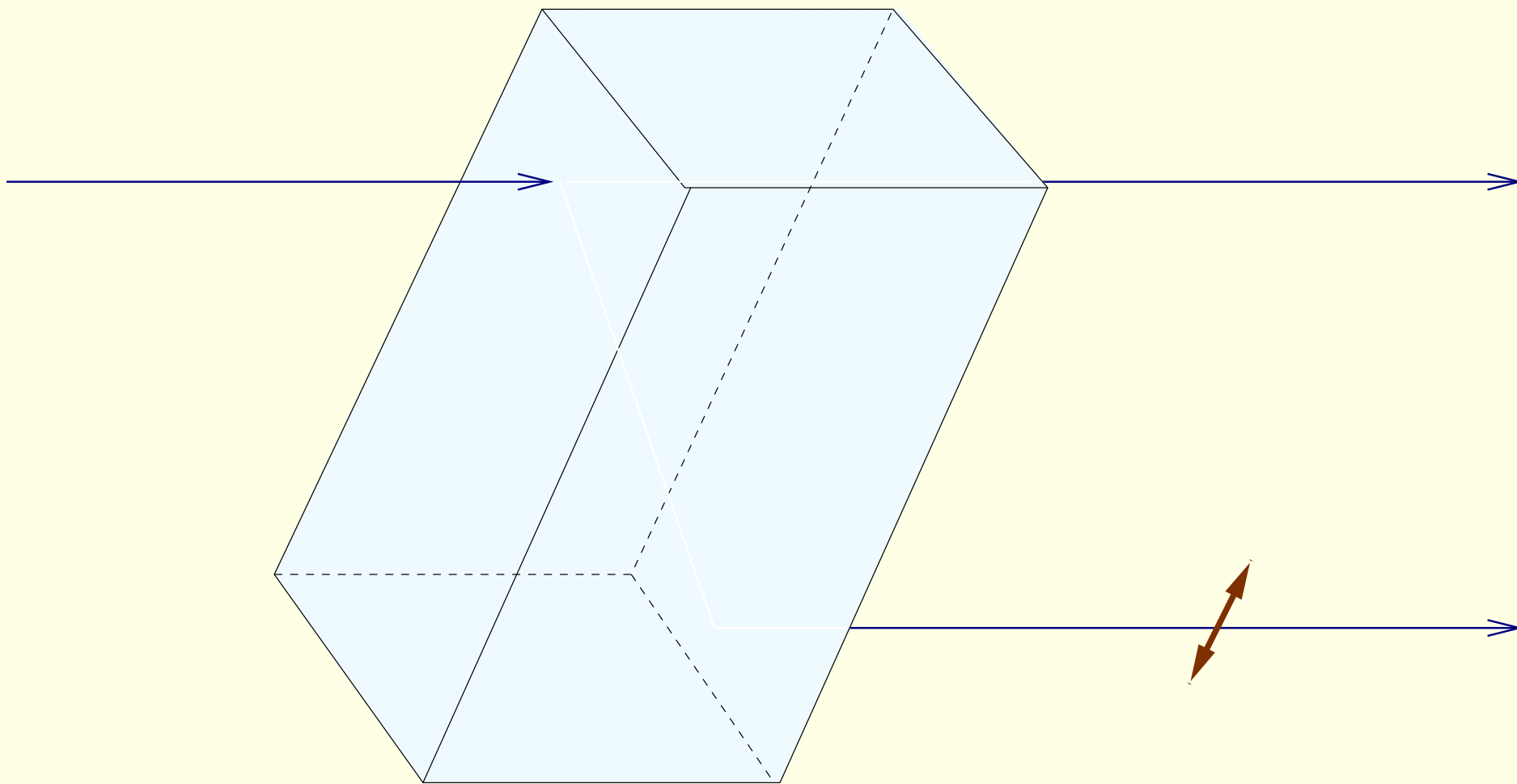
... przechodzi przez kryształ bez zmiany polaryzacji do wiązki **zwyczajnej**.



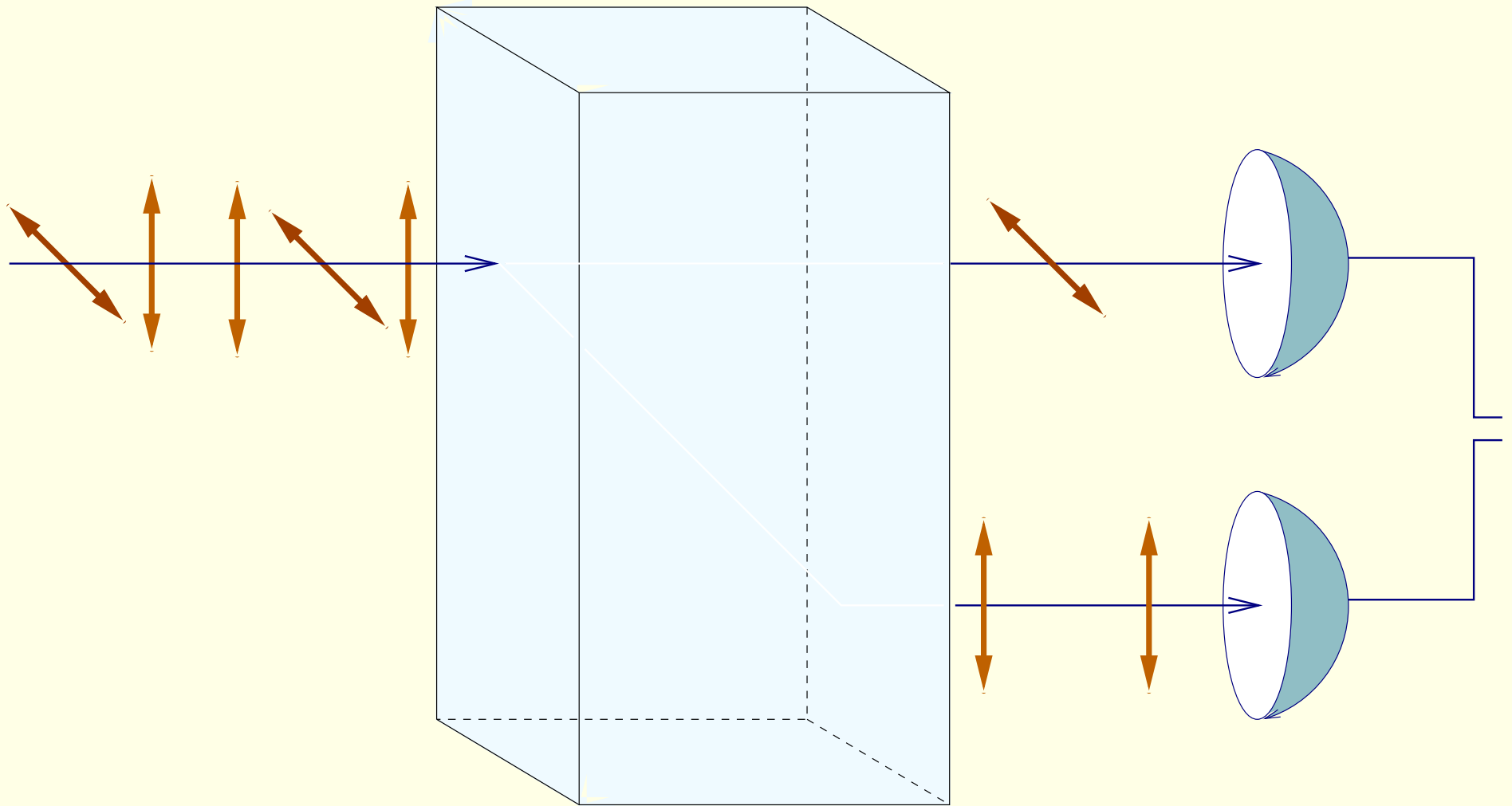
Foton o polaryzacji pionowej (poziomej) staje się ukośnym w stosunku do obróconego kryształu i ...



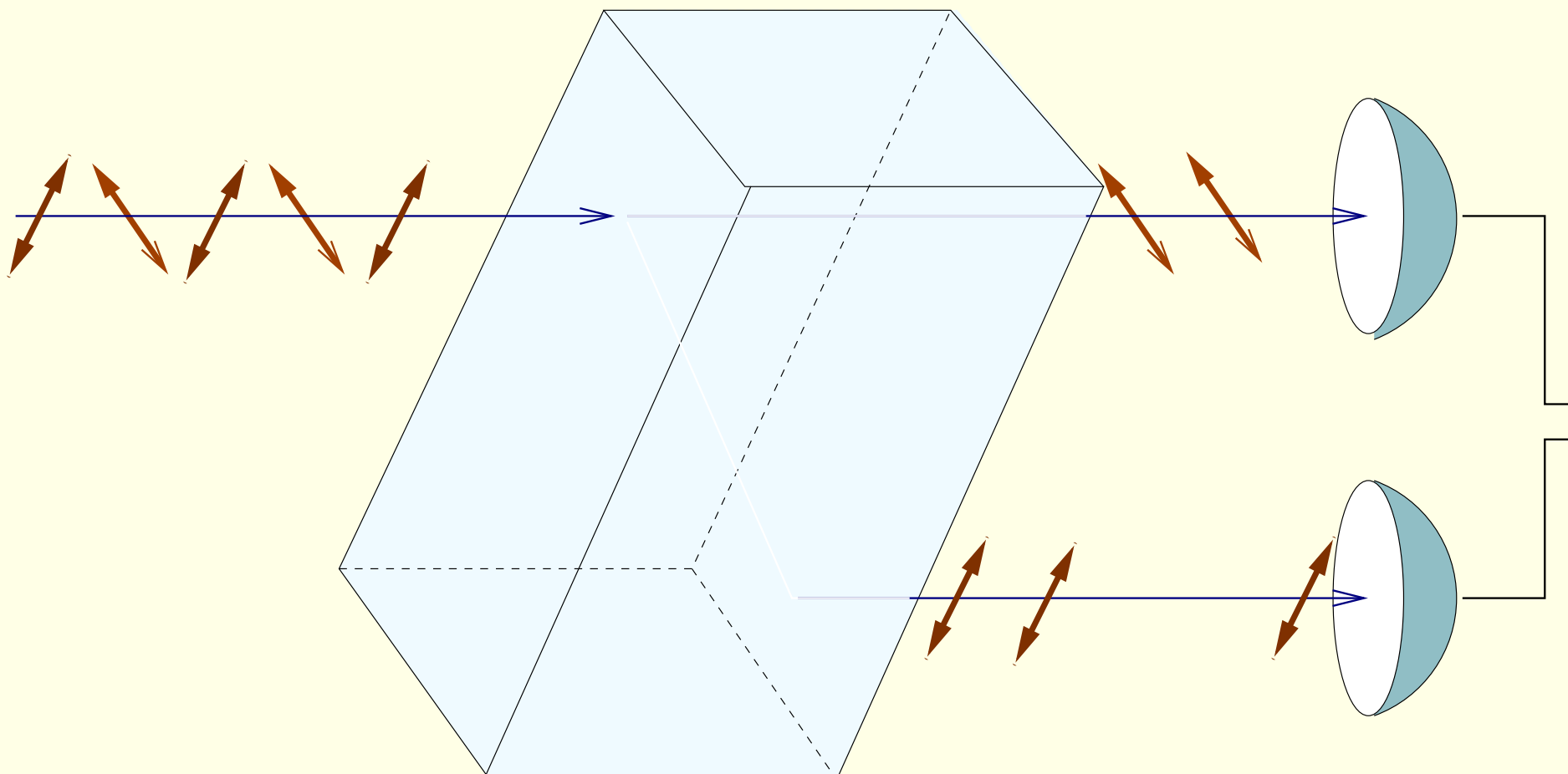
... z prawdopodobieństwem $1/2$ przechodzi do wiązki zwyczajnej lub ...



... z prawdopodobieństwem $1/2$ do wiązki nadzwyczajnej. Znowu obie możliwości są **jednakowo prawdopodobne** i pomiar polaryzacji fotonu pionowego obróconym kryształem nie daje żadnej informacji o polaryzacji tego fotonu.



Dodając dwa **detektory fotonów** otrzymujemy przyrząd do pomiaru polaryzacji w bazie prostej, w której mierzy się w sposób **pewny** (bezbłądny) fotony o polaryzacjach 0° i 90° .



Obracając kryształ kalcytu o -45° (135°) otrzymujemy przyrząd do pomiaru polaryzacji w bazie ukośnej, w której mierzy się w sposób pewny (bezbłędny) fotony o polaryzacjach 45° i 135° .

- Krysztal kalcytu plus dwa detektory fotonów rejestrujące fotony z wiązki zwyczajnej i nadzwyczajnej nadaje się do rejestracji polaryzacji fotonów o kierunkach 0° i 90° . Takie ustawienie krysztalu wyznacza tzw. bazę prostą.

- Kryształ kalcytu plus dwa detektory fotonów rejestrujące fotony z wiązki zwyczajnej i nadzwyczajnej nadaje się do rejestracji polaryzacji fotonów o kierunkach 0° i 90° . Takie ustawienie kryształu wyznacza tzw. bazę prostą.
- Pomiar w **bazie prostej** nie daje żadnych informacji o **polaryzacji ukośnej**, tzn. o polaryzacji fotonów padających na kryształ i spolaryzowanych liniowo pod kątem 45° lub 135° do osi kryształu.

- Krysztal kalcytu plus dwa detektory fotonów rejestrujące fotony z wiązki zwyczajnej i nadzwyczajnej nadaje się do rejestracji polaryzacji fotonów o kierunkach 0° i 90° . Takie ustawienie krysztalu wyznacza tzw. bazę prostą.
- Pomiar w **bazie prostej** nie daje żadnych informacji o **polaryzacji ukośnej**, tzn. o polaryzacji fotonów padających na krysztal i spolaryzowanych liniowo pod kątem 45° lub 135° do osi krysztalu.
- Aby zmierzyć **polaryzację ukośną** należy obrócić oś krysztalu o 45° (lub 135°) i wtedy urządzenie będzie mierzyło polaryzację 45° i 135° . Takie ustawienie krysztalu wyznacza tzw. bazę ukośną.

- Pomiar w bazie ukośnej, z kolei, nie daje żadnej informacji o polaryzacji prostej.

- Pomiar w bazie ukośnej, z kolei, nie daje żadnej informacji o polaryzacji prostej.
- Polaryzacja prosta i polaryzacja ukośna to dwie wielkości fizyczne, które zgodnie z prawami mechaniki kwantowej **nie są współmieralne**. Pomiar jednej z nich czyni drugą całkowicie nieokreśloną. Mamy tu do czynienia z **zasadą nieoznaczoności Heisenberga**.

- Pomiar w bazie ukośnej, z kolei, nie daje żadnej informacji o polaryzacji prostej.
- Polaryzacja prosta i polaryzacja ukośna to dwie wielkości fizyczne, które zgodnie z prawami mechaniki kwantowej **nie są współmieralne**. Pomiar jednej z nich czyni drugą całkowicie nieokreśloną. Mamy tu do czynienia z **zasadą nieoznaczoności Heisenberga**.
- Fakt, że wyniki pomiarów w mechanice kwantowej mają **charakter losowy** umożliwia, jak się okazuje, **bezpieczne przekazywanie klucza kryptograficznego!**

- Pomiar w **bazie ukośnej**, z kolei, nie daje żadnej informacji o polaryzacji prostej.
- Polaryzacja prosta i polaryzacja ukośna to dwie wielkości fizyczne, które zgodnie z prawami mechaniki kwantowej **nie są współmieralne**. Pomiar jednej z nich czyni drugą całkowicie nieokreśloną. Mamy tu do czynienia z **zasadą nieoznaczoności Heisenberga**.
- Fakt, że wyniki pomiarów w mechanice kwantowej mają **charakter losowy** umożliwia, jak się okazuje, **bezpieczne przekazywanie klucza kryptograficznego!**

Zaraz zobaczymy w jaki sposób!

6 Kryptografia kwantowa

6.1 Alfabety kwantowe

6 Kryptografia kwantowa

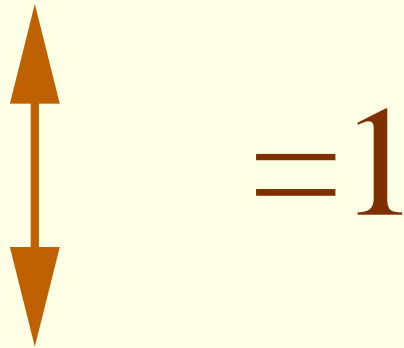
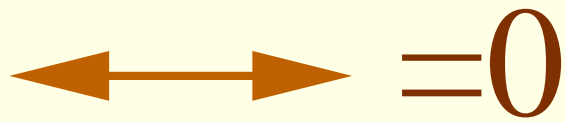
6.1 Alfabety kwantowe

Alfabet prosty

6 Kryptografia kwantowa

6.1 Alfabety kwantowe

Alfabet prosty

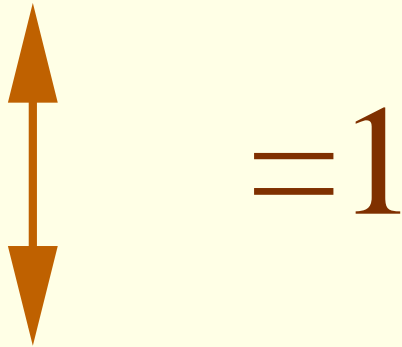
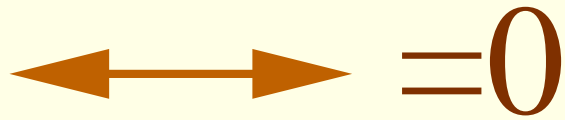


6 Kryptografia kwantowa

6.1 Alfabety kwantowe

Alfabet prosty

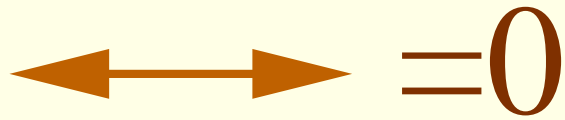
Alfabet ukośny



6 Kryptografia kwantowa

6.1 Alfabety kwantowe

Alfabet prosty

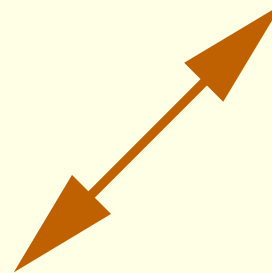


= 0

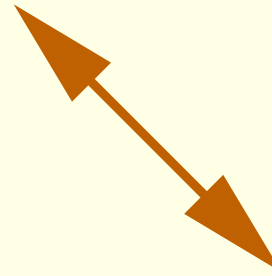


= 1

Alfabet ukośny



= 0

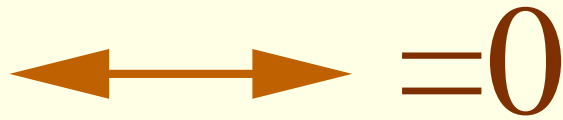


= 1

6 Kryptografia kwantowa

6.1 Alfabety kwantowe

Alfabet prosty

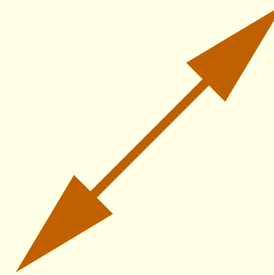


= 0

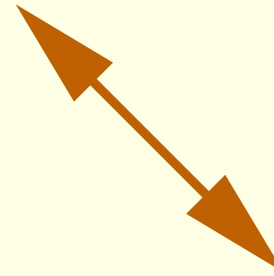


= 1

Alfabet ukośny



= 0



= 1

Dysponujemy dwoma różnymi alfabetami kwantowymi. Dwie wzajemnie prostopadłe polaryzacje stanowią znaki alfabetu, którym możemy przypisać wartości binarne 0 lub 1 i w ten sposób kodować informację, którą chcemy przesłać kanałem kwantowym.

6.2 Protokół BB84 (Bennett i Brassard, 1984)

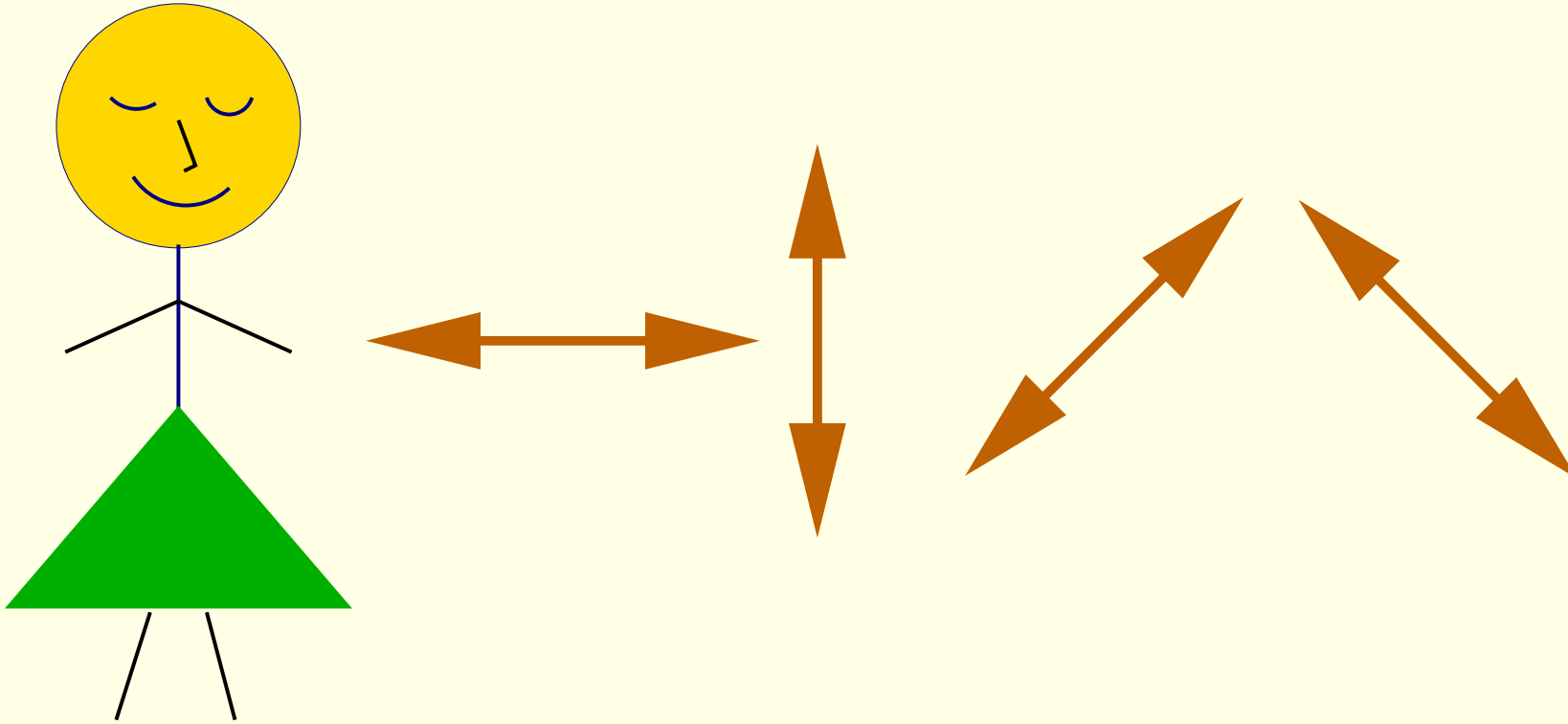


Charles Bennett



Gilles Brassard

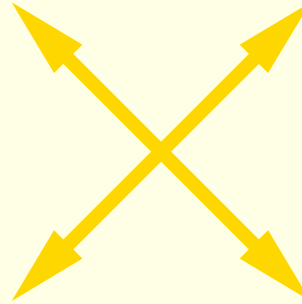
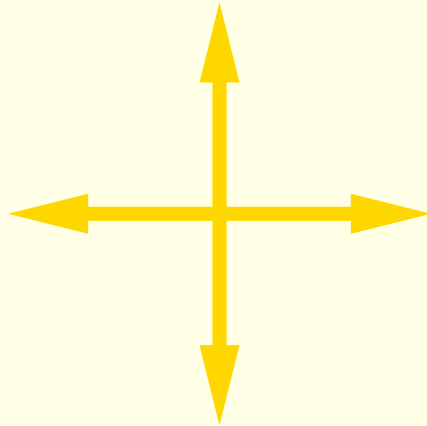
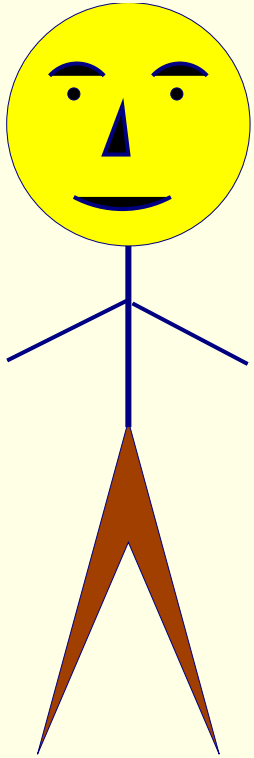
Krok 1



Alicja wybiera losowo jedną z czterech polaryzacji i wysyła do Bolka foton o takiej polaryzacji.

Ciąg fotonów o określonych polaryzacjach stanowi ciąg zer i jedynek z dwóch alfabetów kwantowych.

Krok 2



Bolek wybiera losowo bazę prostą lub ukośną i wykonuje pomiar polaryzacji fotonu, który otrzymał od Alicji.

Krok 3

Bolek notuje wyniki pomiarów zachowując je w tajemnicy.

Krok 3

Bolek **notuje wyniki** pomiarów zachowując je w **tajemnicy**.

Krok 4

Bolek **publicznie** informuje Alicję **jakiej bazy** używał do pomiaru, zaś Alicja **publicznie** informuje go czy wybrana przez niego baza (prosta lub ukośna) była **właściwa czy nie**.

Krok 3

Bolek **notuje wyniki** pomiarów zachowując je w **tajemnicy**.

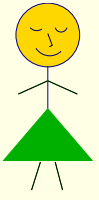
Krok 4

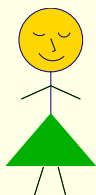
Bolek **publicznie** informuje Alicję **jakiej bazy** używał do pomiaru, zaś Alicja **publicznie** informuje go czy wybrana przez niego baza (prosta lub ukośna) była **właściwa czy nie**.

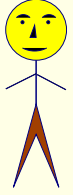
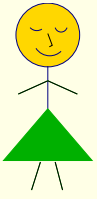
Krok 5

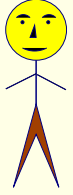
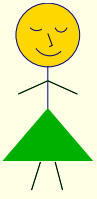
Alicja i Bolek przechowują wyniki pomiarów, dla których Bolek użył **właściwej bazy**. Wyniki tych pomiarów można zapisać w postaci **binarnej** przypisując **zera** polaryzacji 0° i 45° zaś **jedynki** polaryzacji 90° i 135° . Uzyskany w ten sposób **losowy ciąg zer i jedynek** może stanowić **klucz kryptograficzny**.

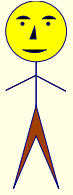
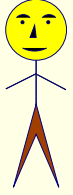
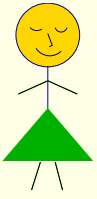
Jak to działa?

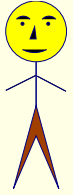
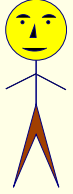
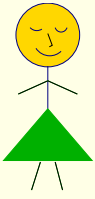


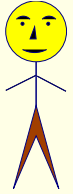
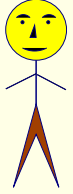
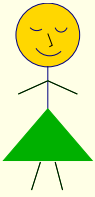


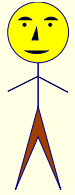
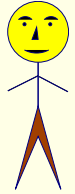
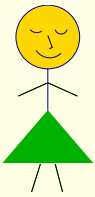


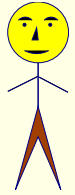
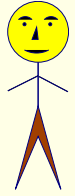
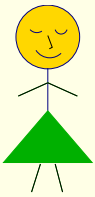


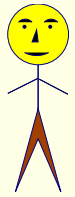
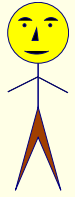
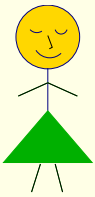


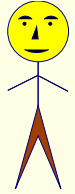
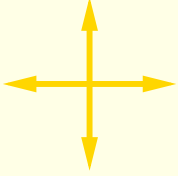
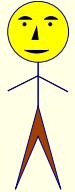
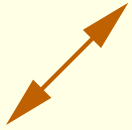
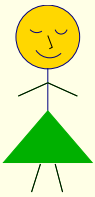


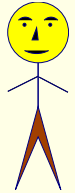
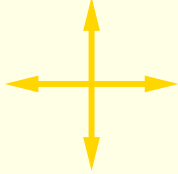
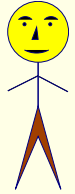
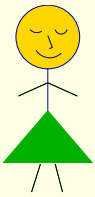


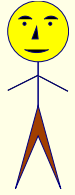
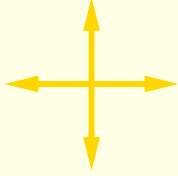
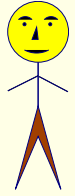
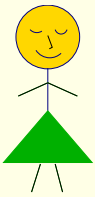


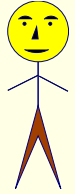
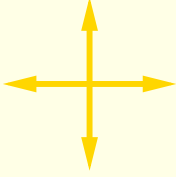
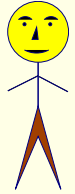
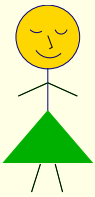


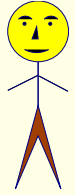
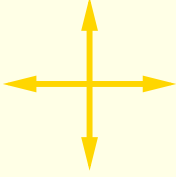
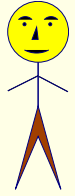
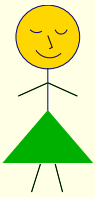


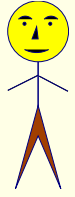
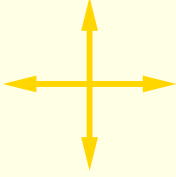
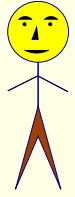
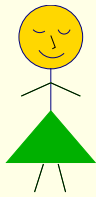


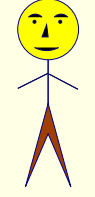
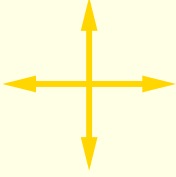
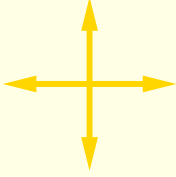
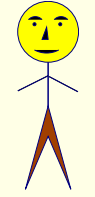
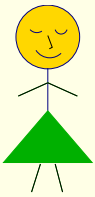


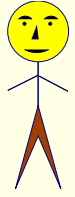
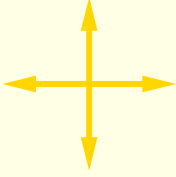
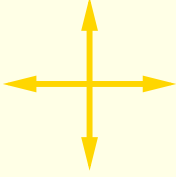
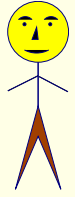
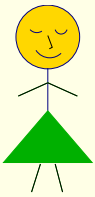


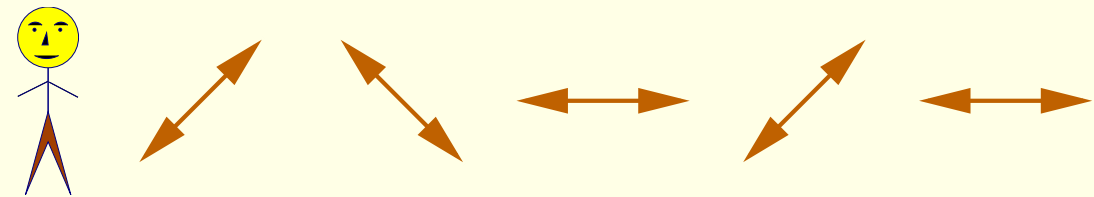
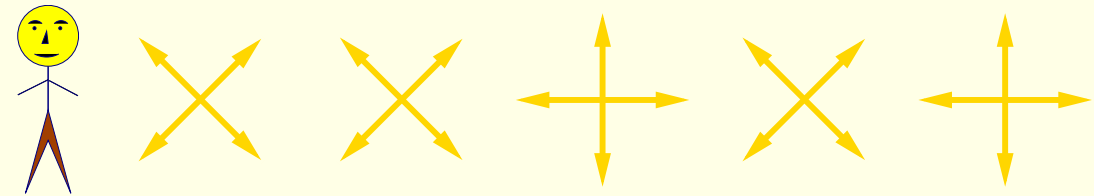
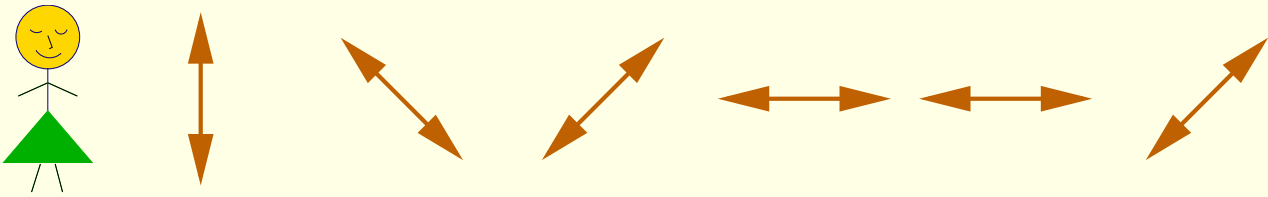


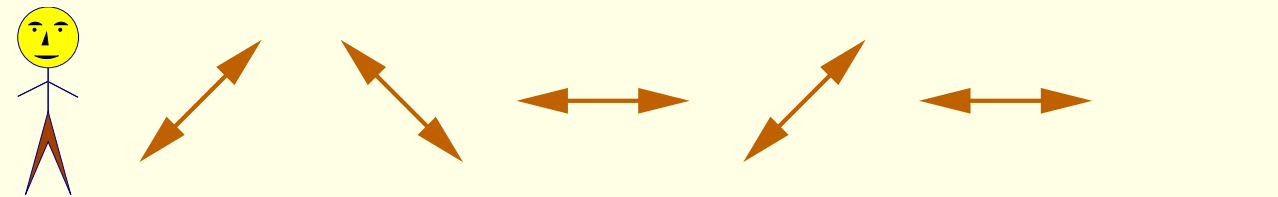
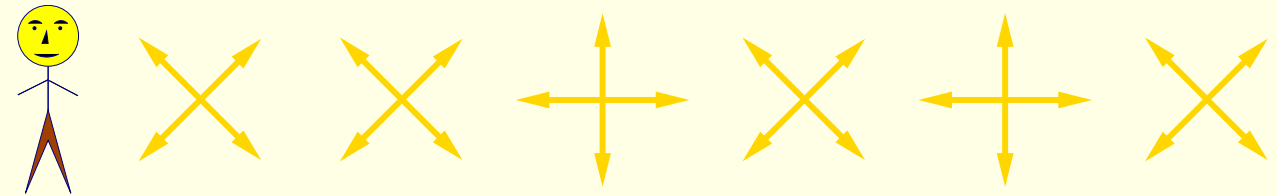
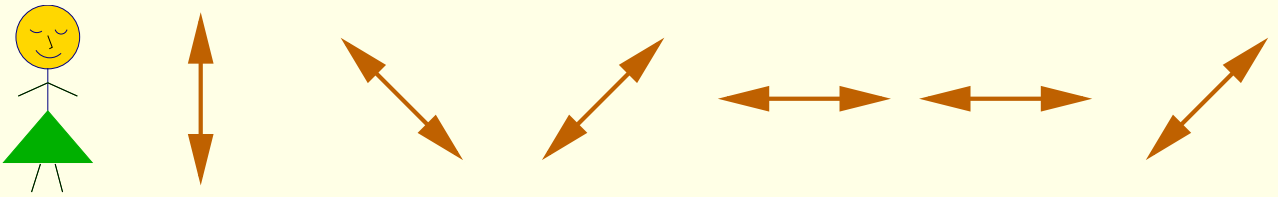


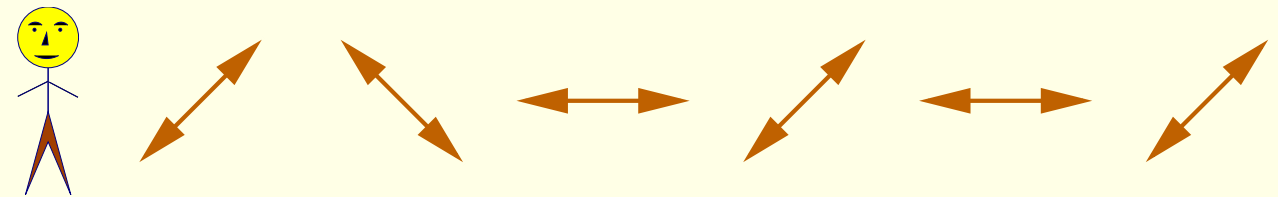
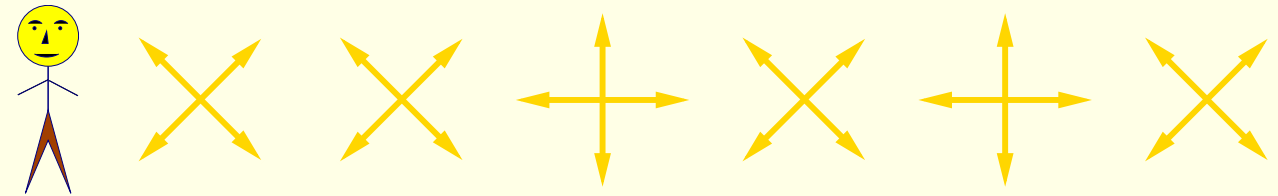
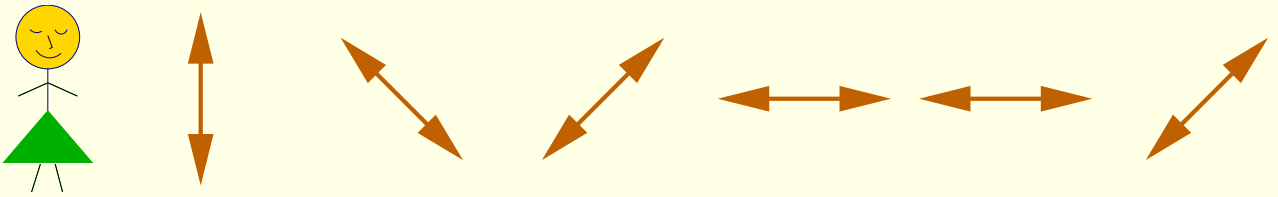


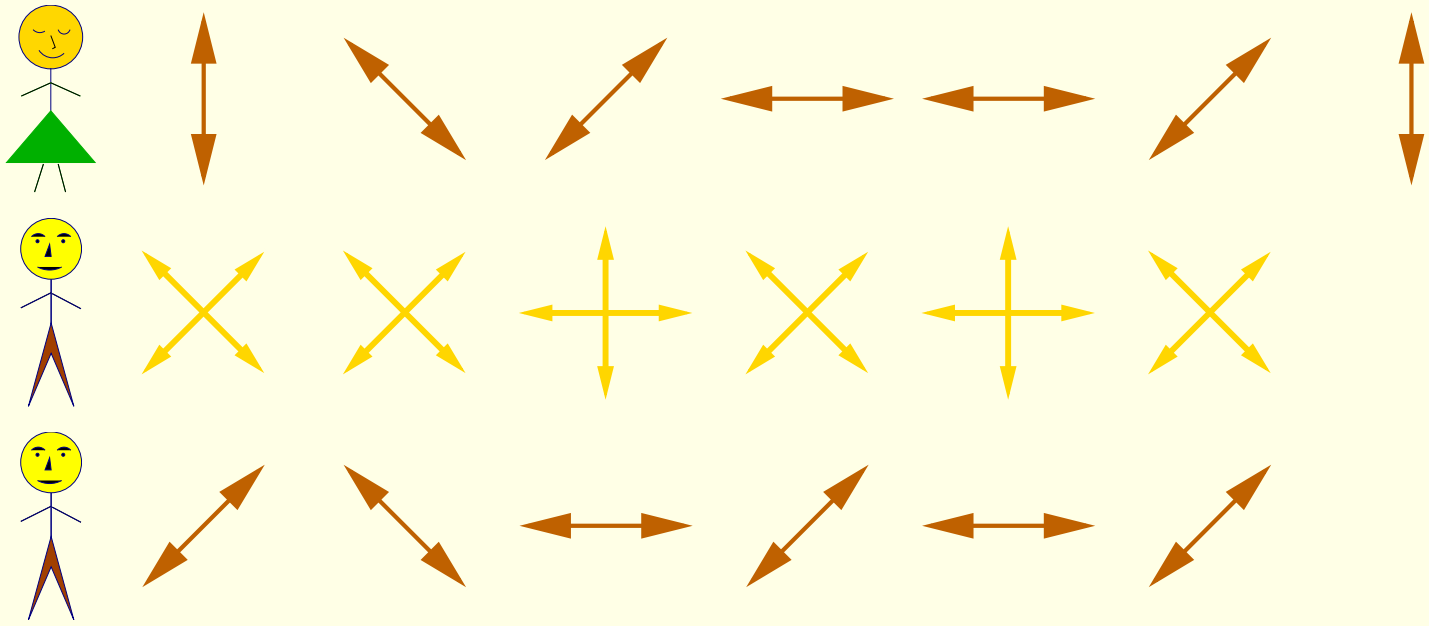


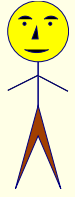
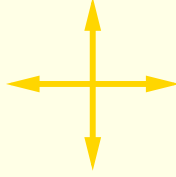
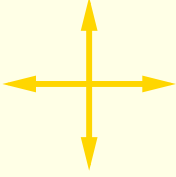
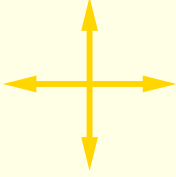
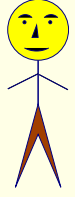
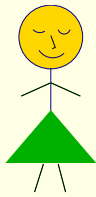


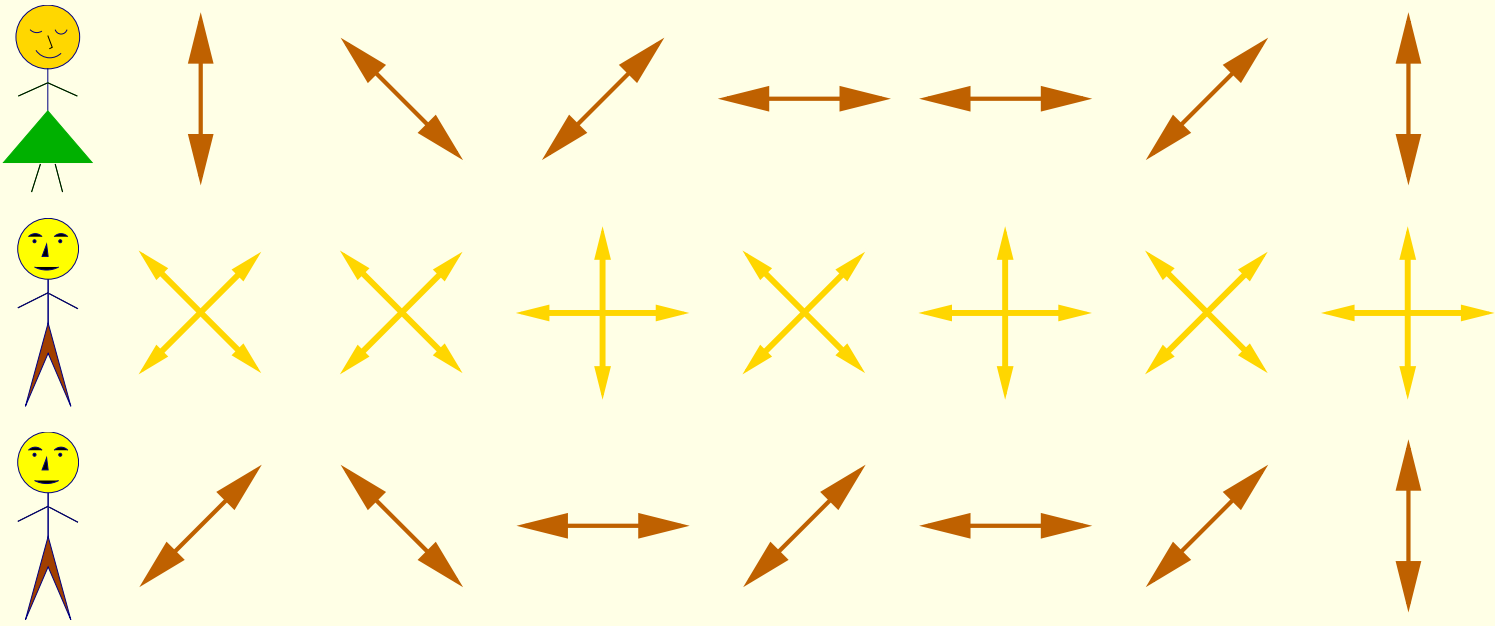


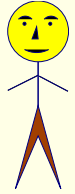
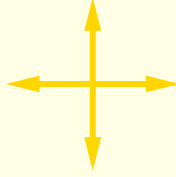
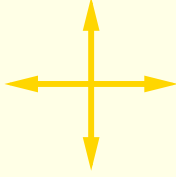
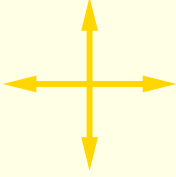
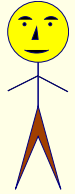
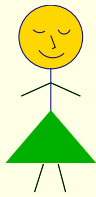


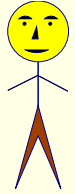
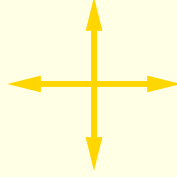
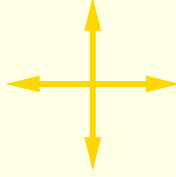
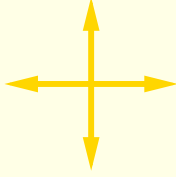
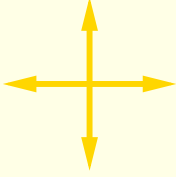
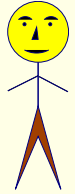
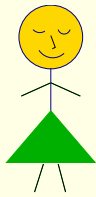


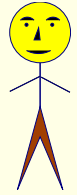
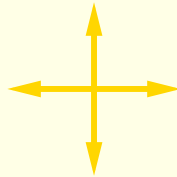
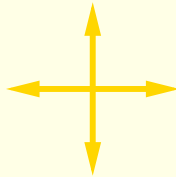
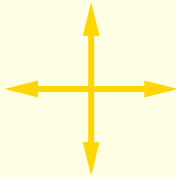
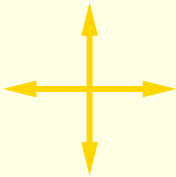
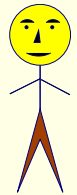
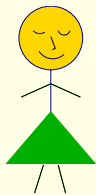


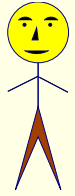
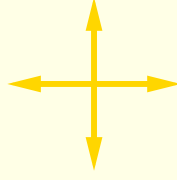
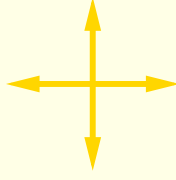
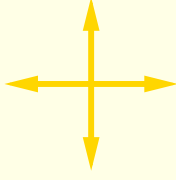
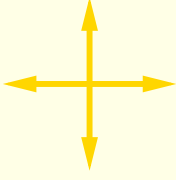
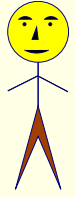
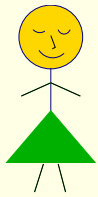


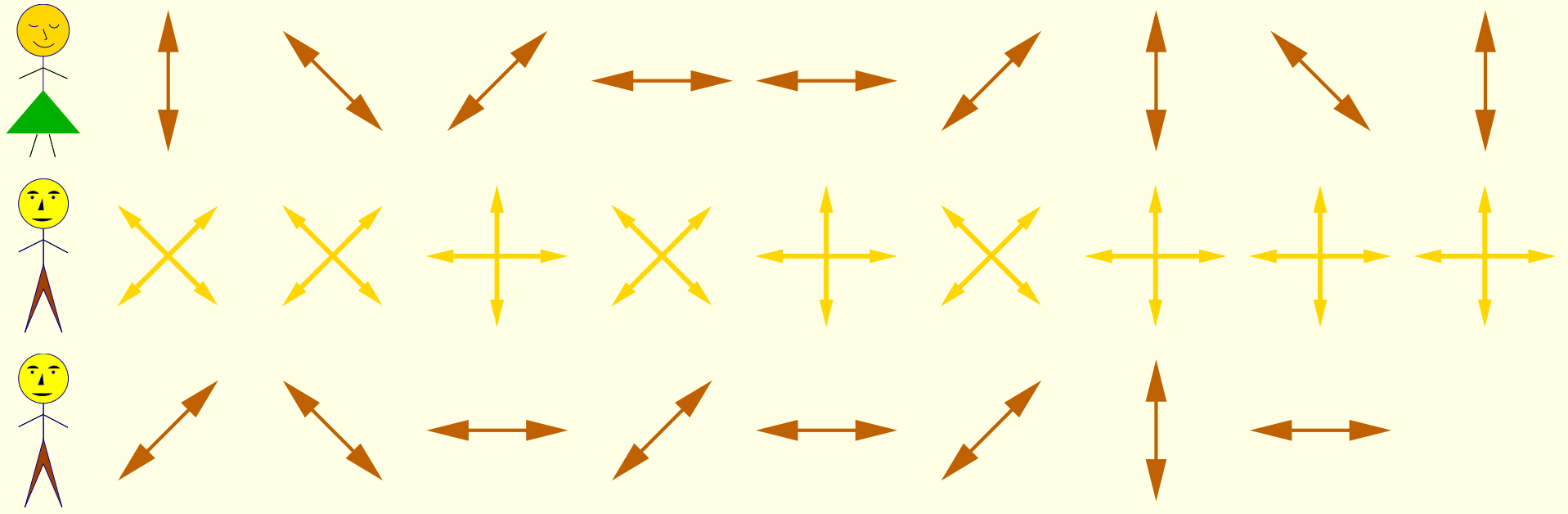


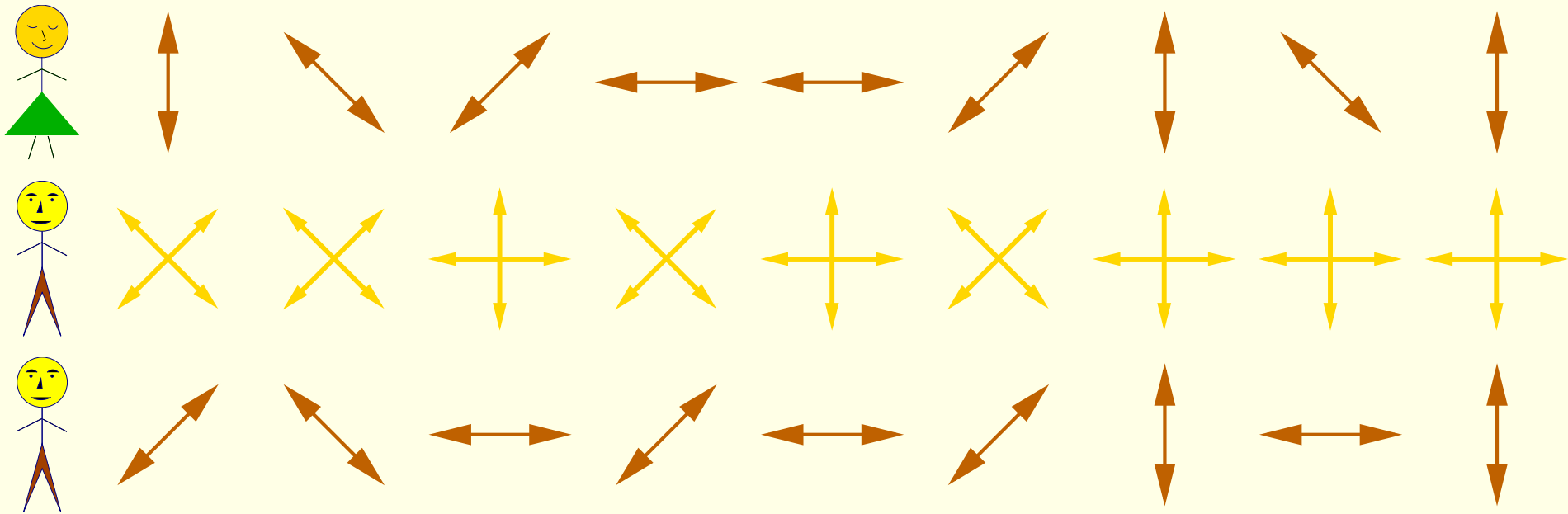


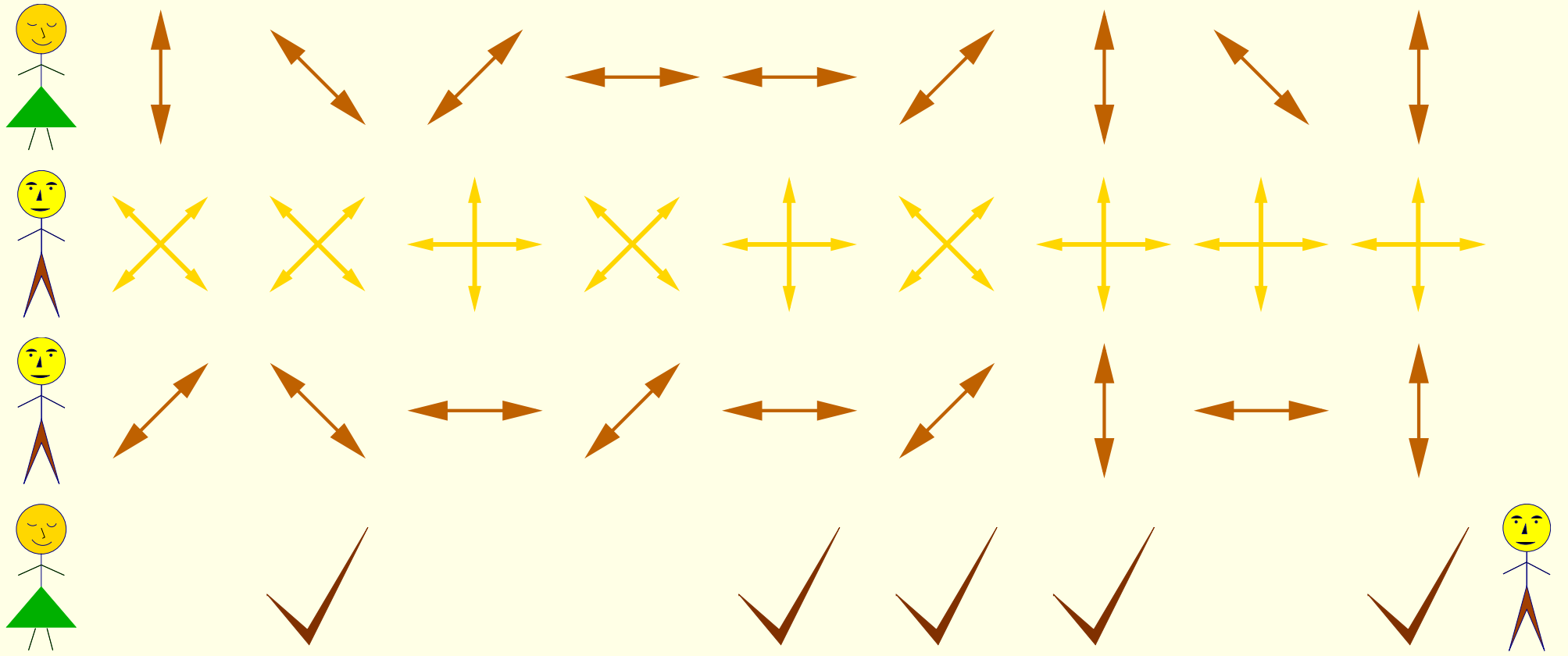


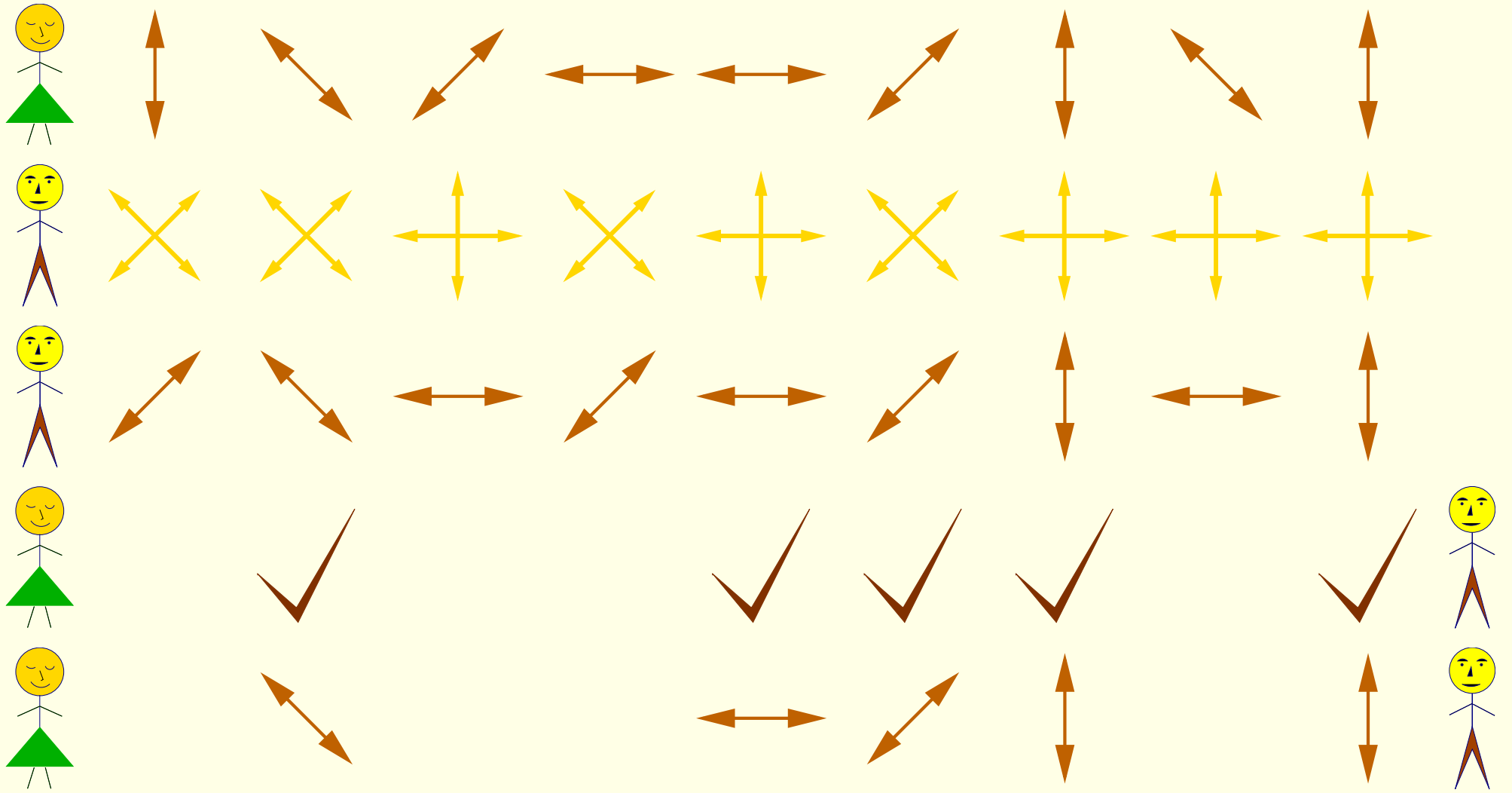


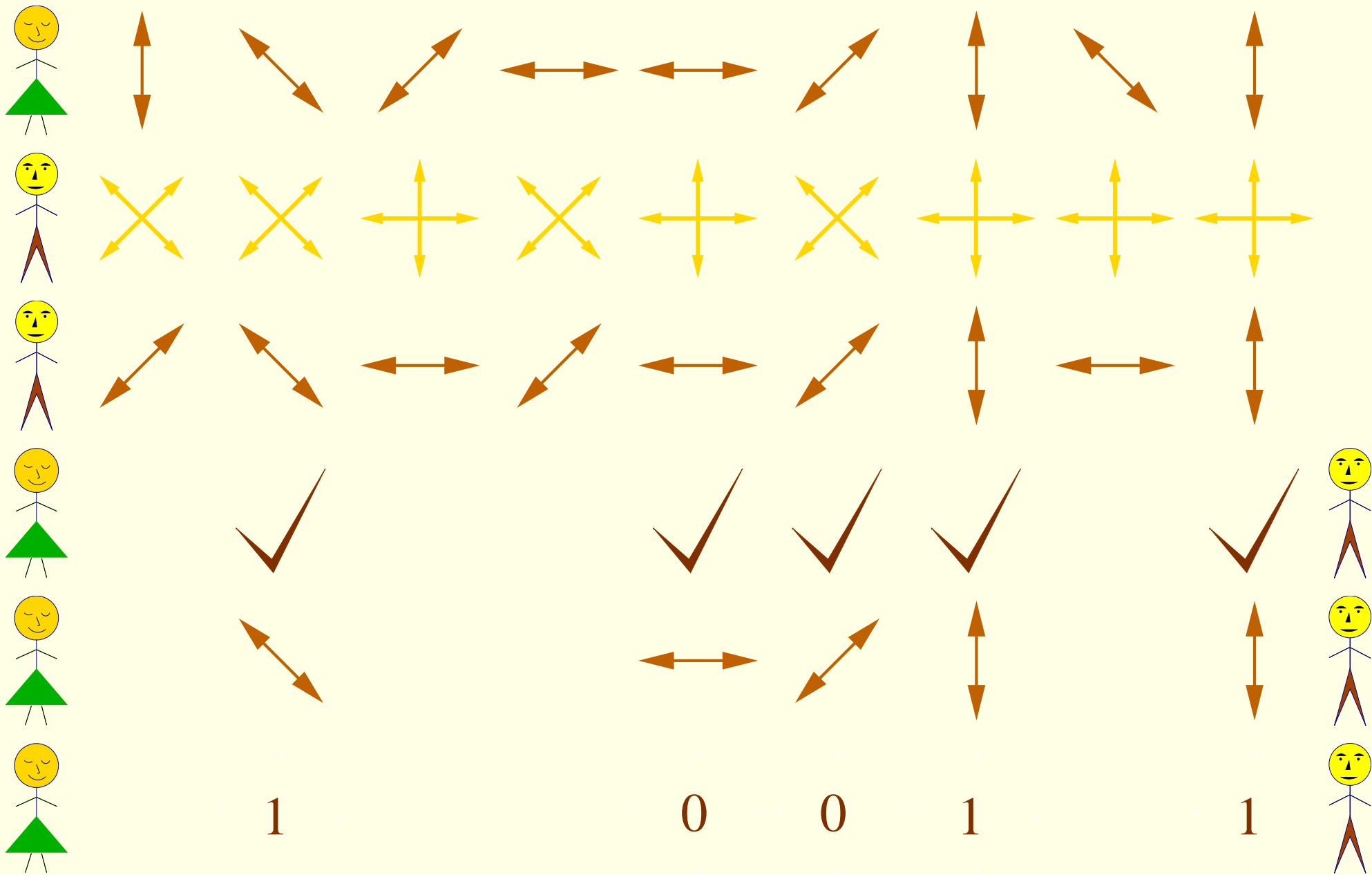




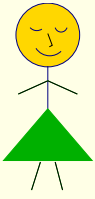


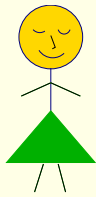






Błędne bity





1

1

0

0

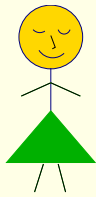
0

0

1

1

1



1

1

0

0

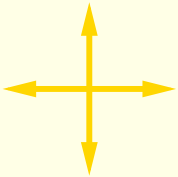
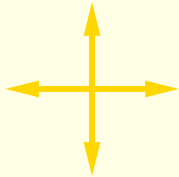
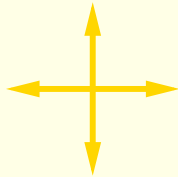
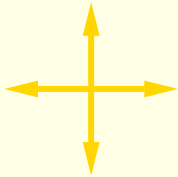
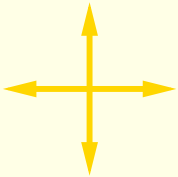
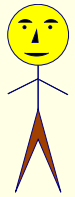
0

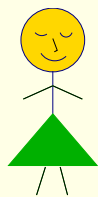
0

1

1

1





1

1

0

0

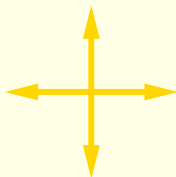
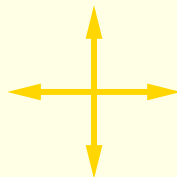
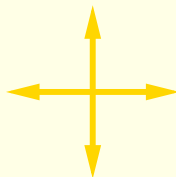
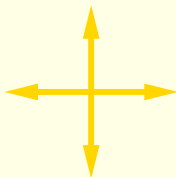
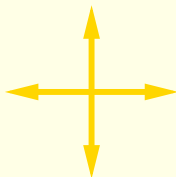
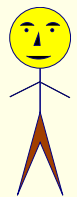
0

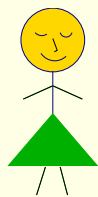
0

1

1

1





1

1

0

0

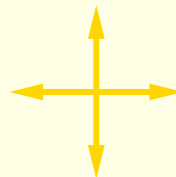
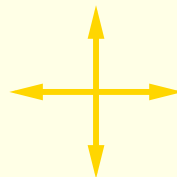
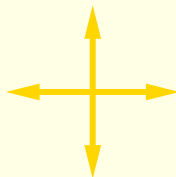
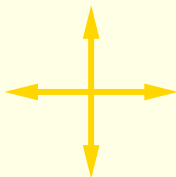
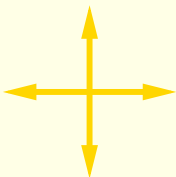
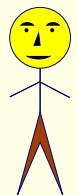
0

0

1

1

1



0

1

0

0

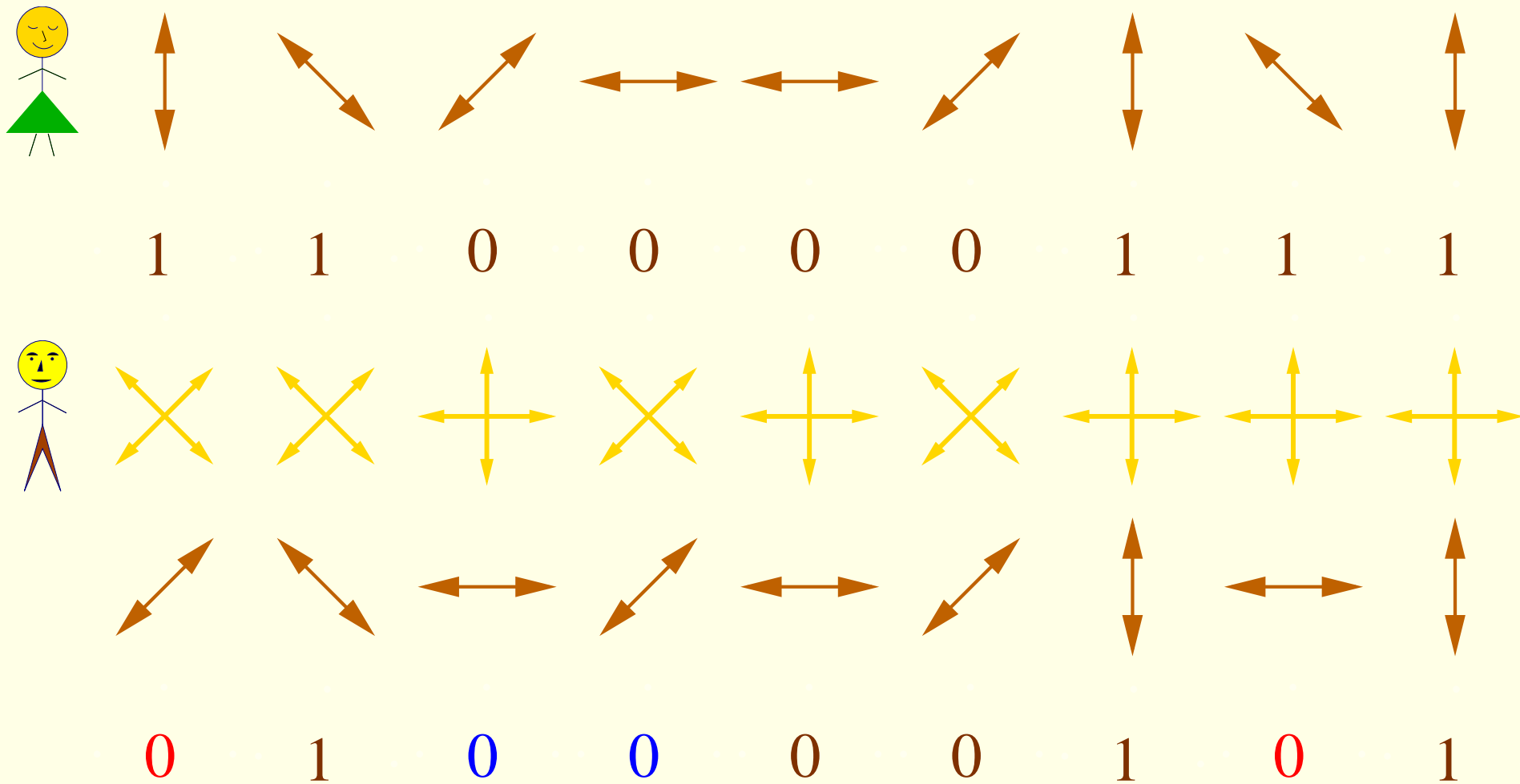
0

0

1

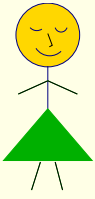
0

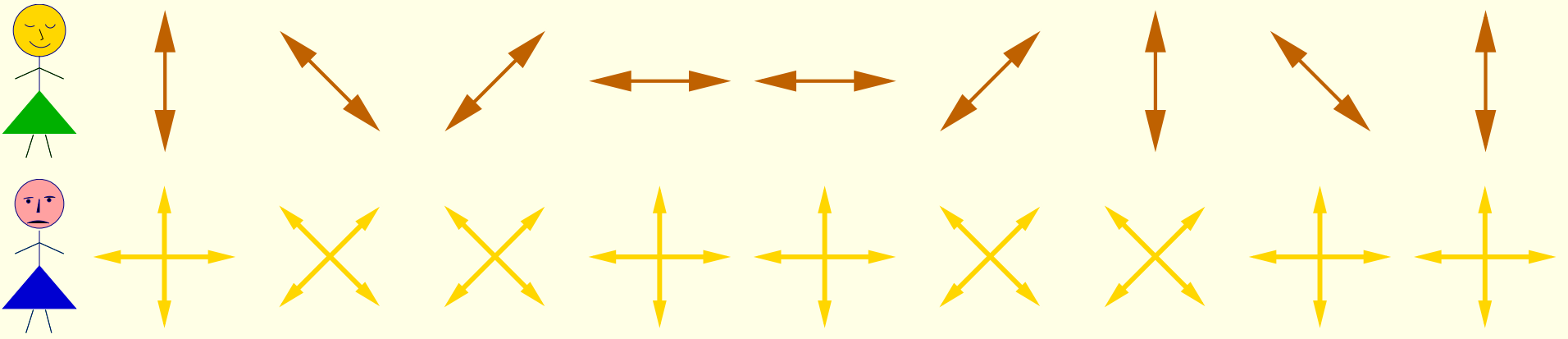
1

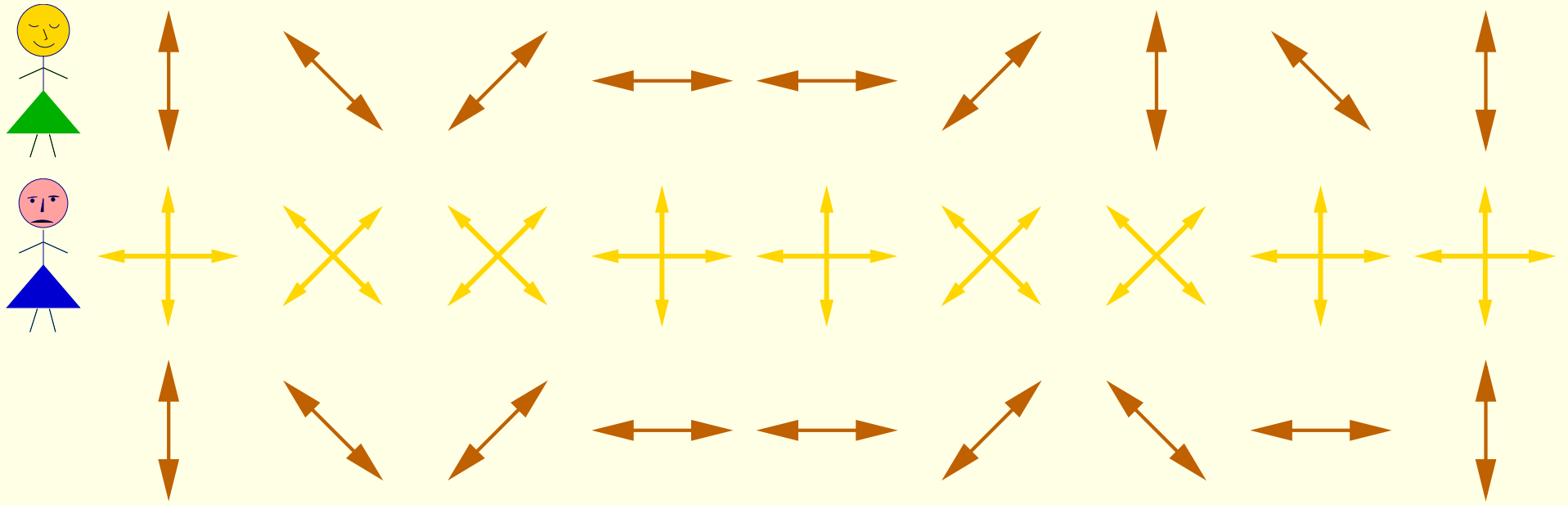


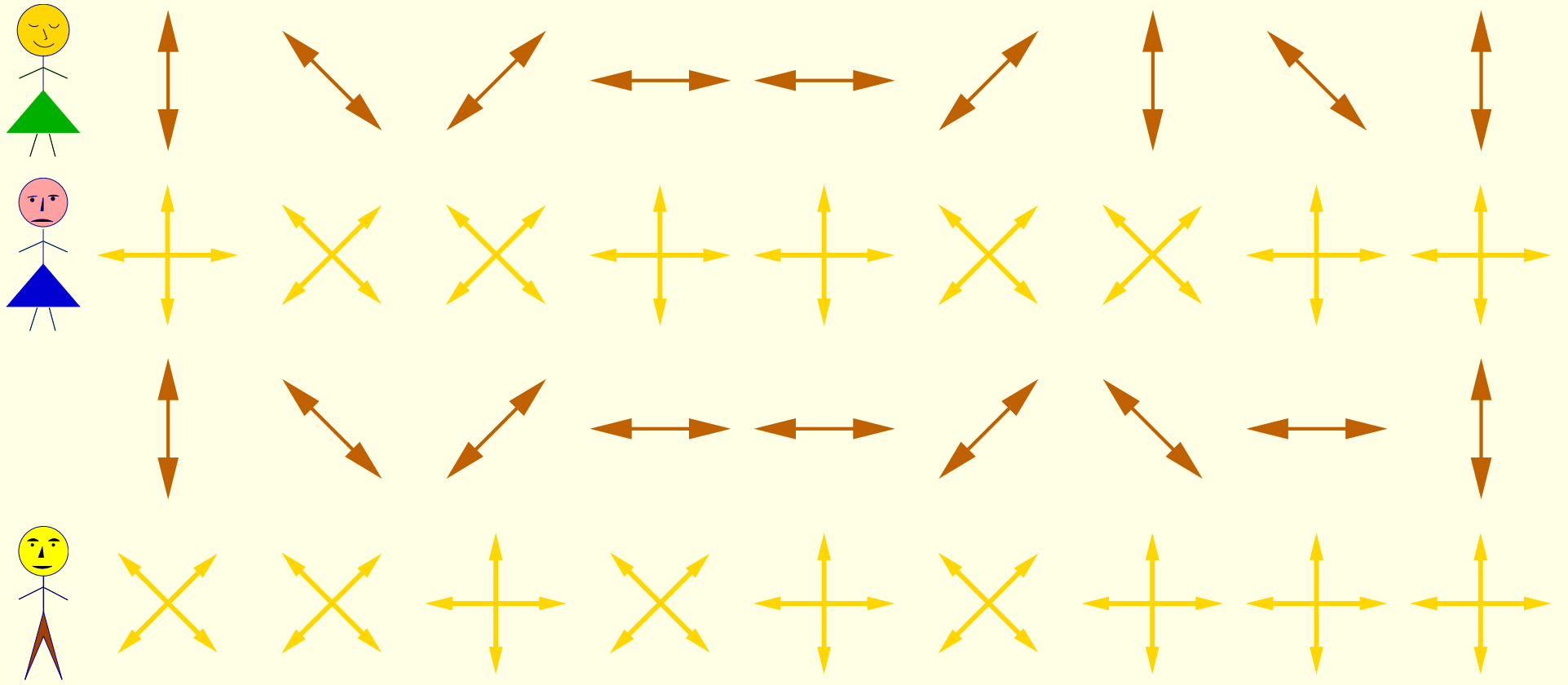
Średnio 50% bitów zarejestrowanych przez Bolka to bity pewne (brązowe), 25% bitów to bity prawidłowe mimo złego wyboru bazy (niebieskie) i 25% to bity nieprawidłowe (czerwone).

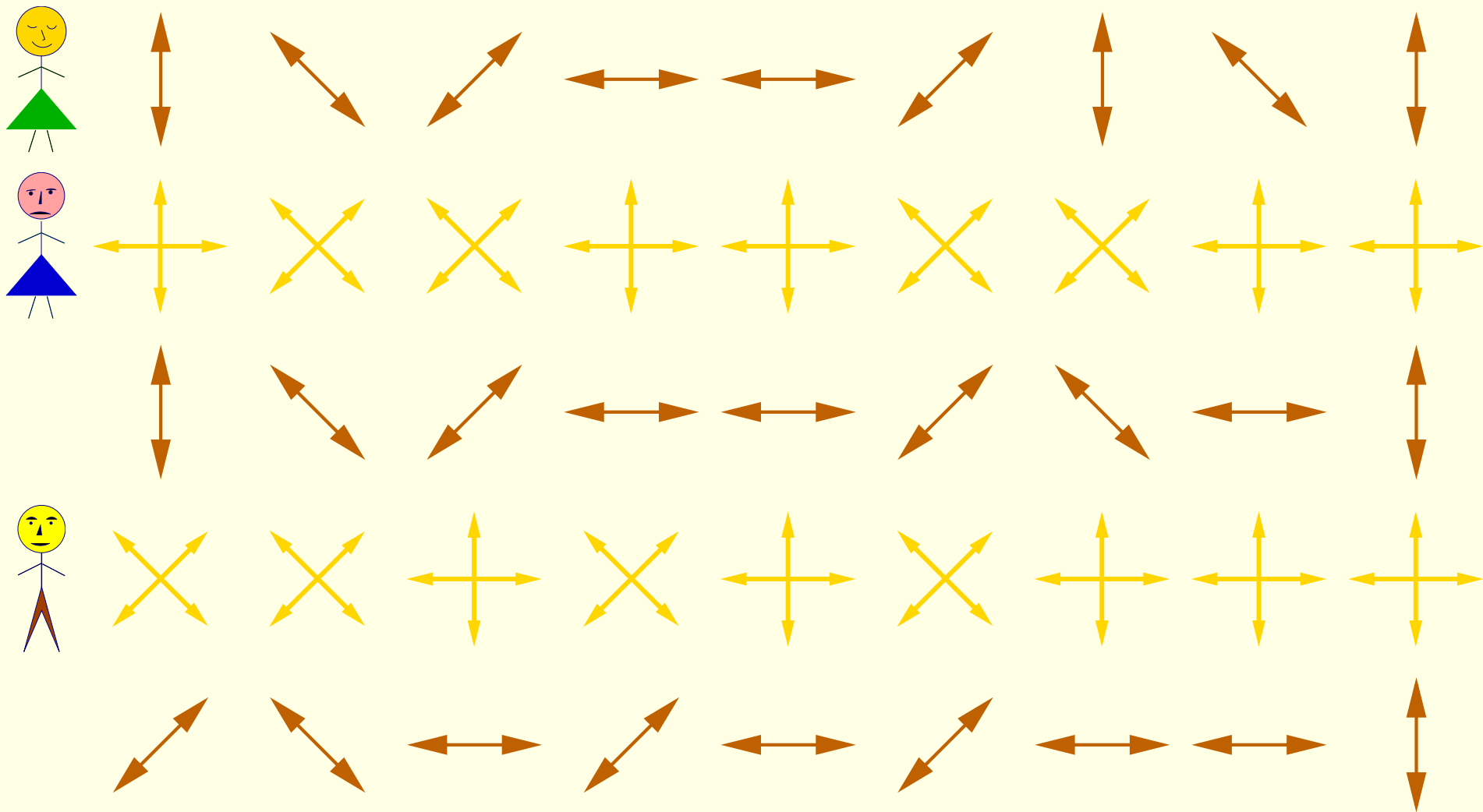
Ewa podsłuchuje

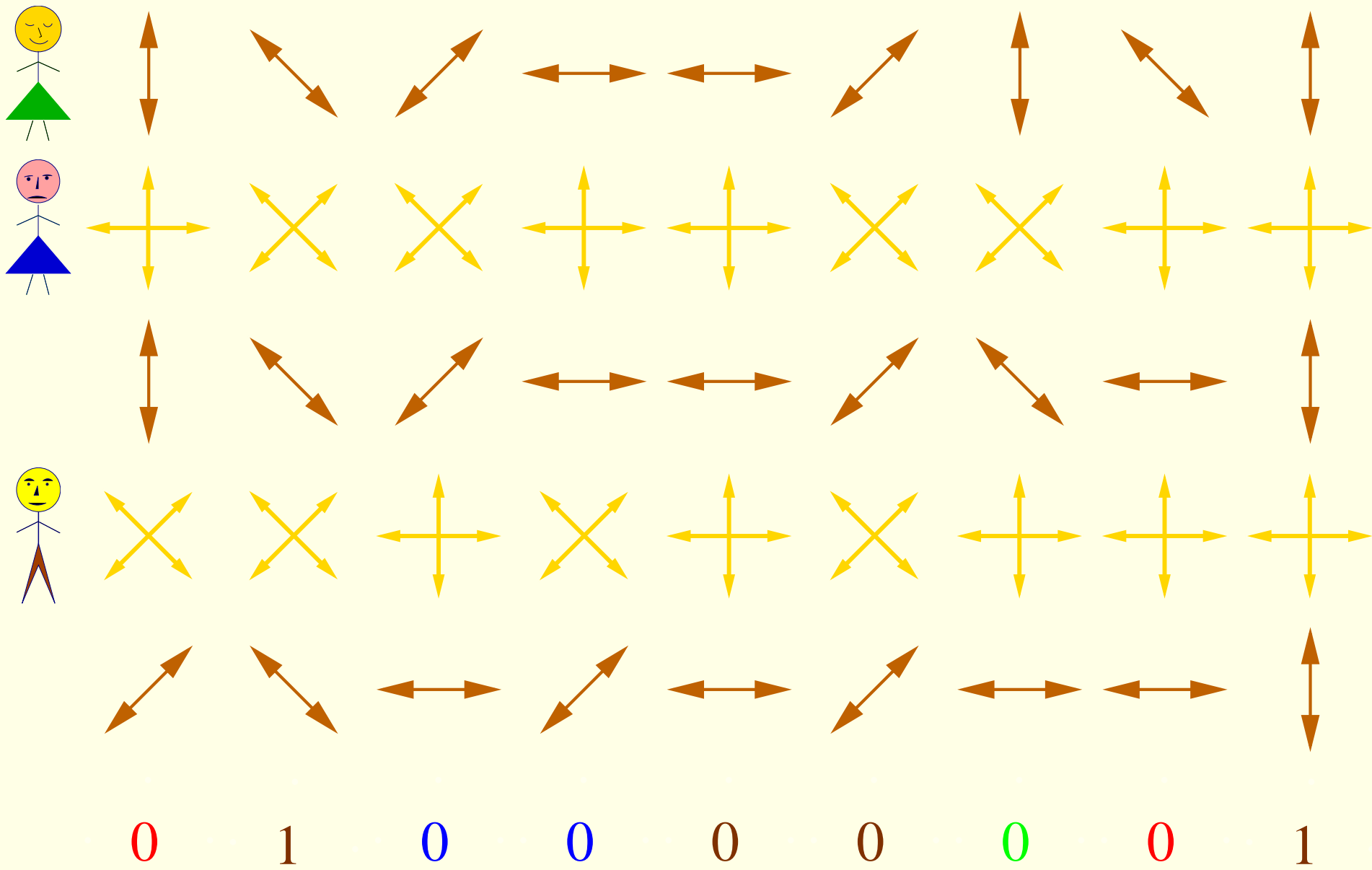


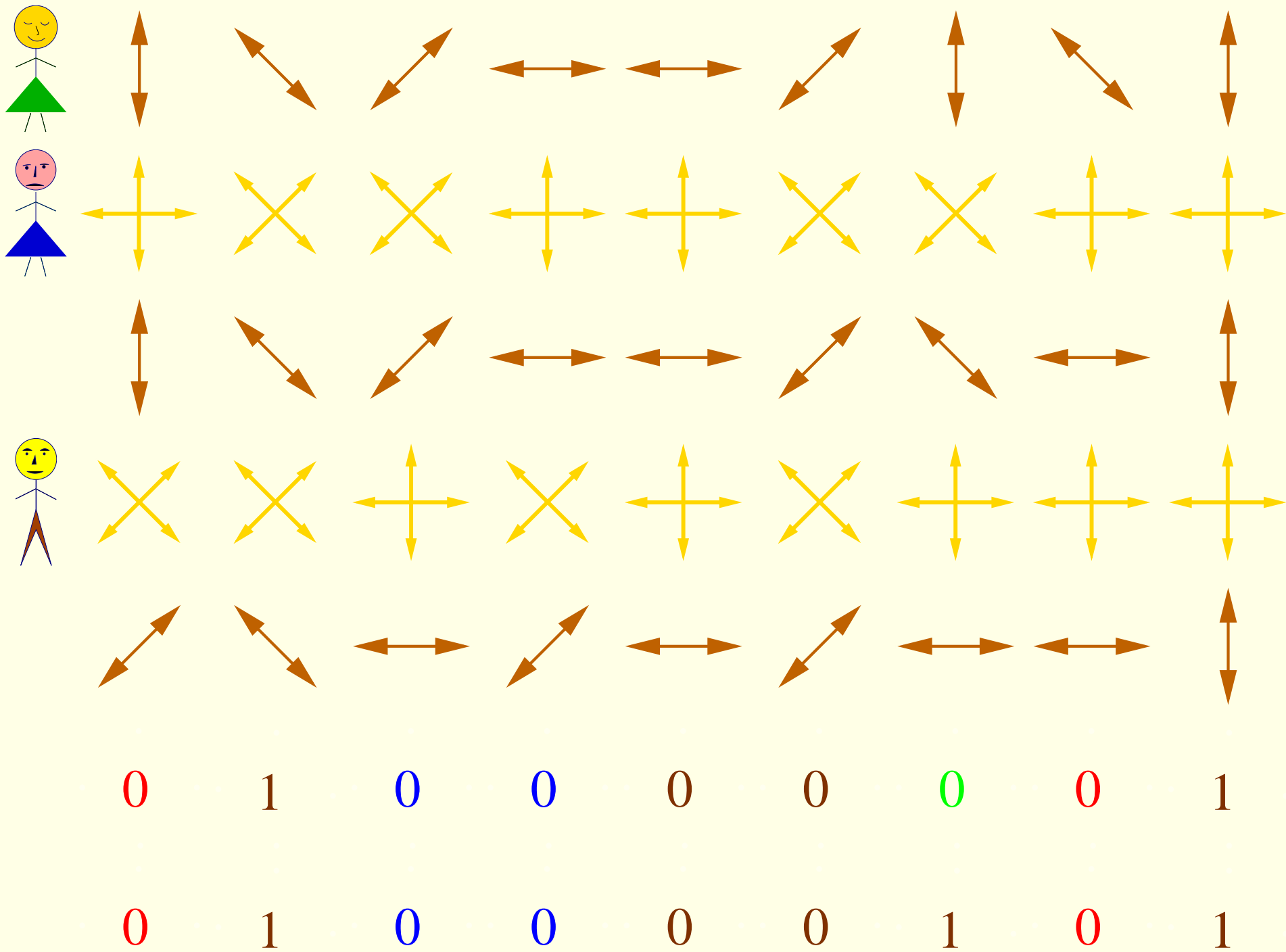












- Ewa podsłuchuje dokonując pomiaru w losowo wybranej bazie i po zarejestrowaniu polaryzacji przesyła foton o takiej samej polaryzacji do Bolka.

- Ewa podsłuchuje dokonując pomiaru w losowo wybranej bazie i po zarejestrowaniu polaryzacji przesyła foton o takiej samej polaryzacji do Bolka.
- W ten sposób Ewa zmienia niektóre bity, czyli wprowadza błędy w przekazie (zielone bity).

- Ewa podsłuchuje dokonując pomiaru w losowo wybranej bazie i po zarejestrowaniu polaryzacji przesyła foton o takiej samej polaryzacji do Bolka.
- W ten sposób Ewa zmienia niektóre bity, czyli wprowadza błędy w przekazie (zielone bity).
- Alicja i Bolek mogą wykryć obecność Ewy porównując losowo wybraną część bitów z uzgodnionego już klucza (bity te następnie usuwają).

- Ewa podsłuchuje dokonując pomiaru w losowo wybranej bazie i po zarejestrowaniu polaryzacji przesyła foton o takiej samej polaryzacji do Bolka.
- W ten sposób Ewa zmienia niektóre bity, czyli wprowadza błędy w przekazie (zielone bity).
- Alicja i Bolek mogą wykryć obecność Ewy porównując losowo wybraną część bitów z uzgodnionego już klucza (bity te następnie usuwają).
- Jeśli okaże się, że bity zostały zmienione, to oznacza że Ewa podsłuchiwała.

- Ewa podsłuchuje dokonując pomiaru w losowo wybranej bazie i po zarejestrowaniu polaryzacji przesyła foton o takiej samej polaryzacji do Bolka.
- W ten sposób Ewa zmienia niektóre bity, czyli wprowadza błędy w przekazie (zielone bity).
- Alicja i Bolek mogą wykryć obecność Ewy porównując losowo wybraną część bitów z uzgodnionego już klucza (bity te następnie usuwają).
- Jeśli okaże się, że bity zostały zmienione, to oznacza że Ewa podsłuchiwała.

Wtedy uzgadnianie klucza zaczyna się od nowa!

- Na poziomie kwantowym nie ma możliwości pasywnego podsłuchu. Każdy podsłuch zaburza przekaz.

- Na poziomie kwantowym nie ma możliwości pasywnego podsłuchu. Każdy podsłuch zaburza przekaz.
- Prawa mechaniki kwantowej gwarantują bezpieczeństwo przy uzgadnianiu klucza kryptograficznego.

- Na poziomie kwantowym nie ma możliwości pasywnego podsłuchu. Każdy podsłuch zaburza przekaz.
- Prawa mechaniki kwantowej gwarantują bezpieczeństwo przy uzgadnianiu klucza kryptograficznego.
- | | | | |
|--|---|-------------------------|---|
| Kwantowa dystrybucja klucza | + | klasyczny szyfr Vernama | = |
| całkowicie bezpieczny kanał łączności! | | | |

- Istnieją inne protokoły kwantowe, np.



Artur Ekert

1991

protokół oparty na EPR

- Istnieją inne protokoły kwantowe, np.



Artur Ekert

1991

protokół oparty na EPR



Charles Bennett

1992

protokół B92

baza nieortogonalna

- Istnieją inne protokoły kwantowe, np.



Artur Ekert

1991

protokół oparty na EPR



Charles Bennett

1992

protokół B92

baza nieortogonalna

- Zamiast polaryzacji można używać fazy fotonów jako kubitów

- Istnieją inne protokoły kwantowe, np.



Artur Ekert

1991

protokół oparty na EPR



Charles Bennett

1992

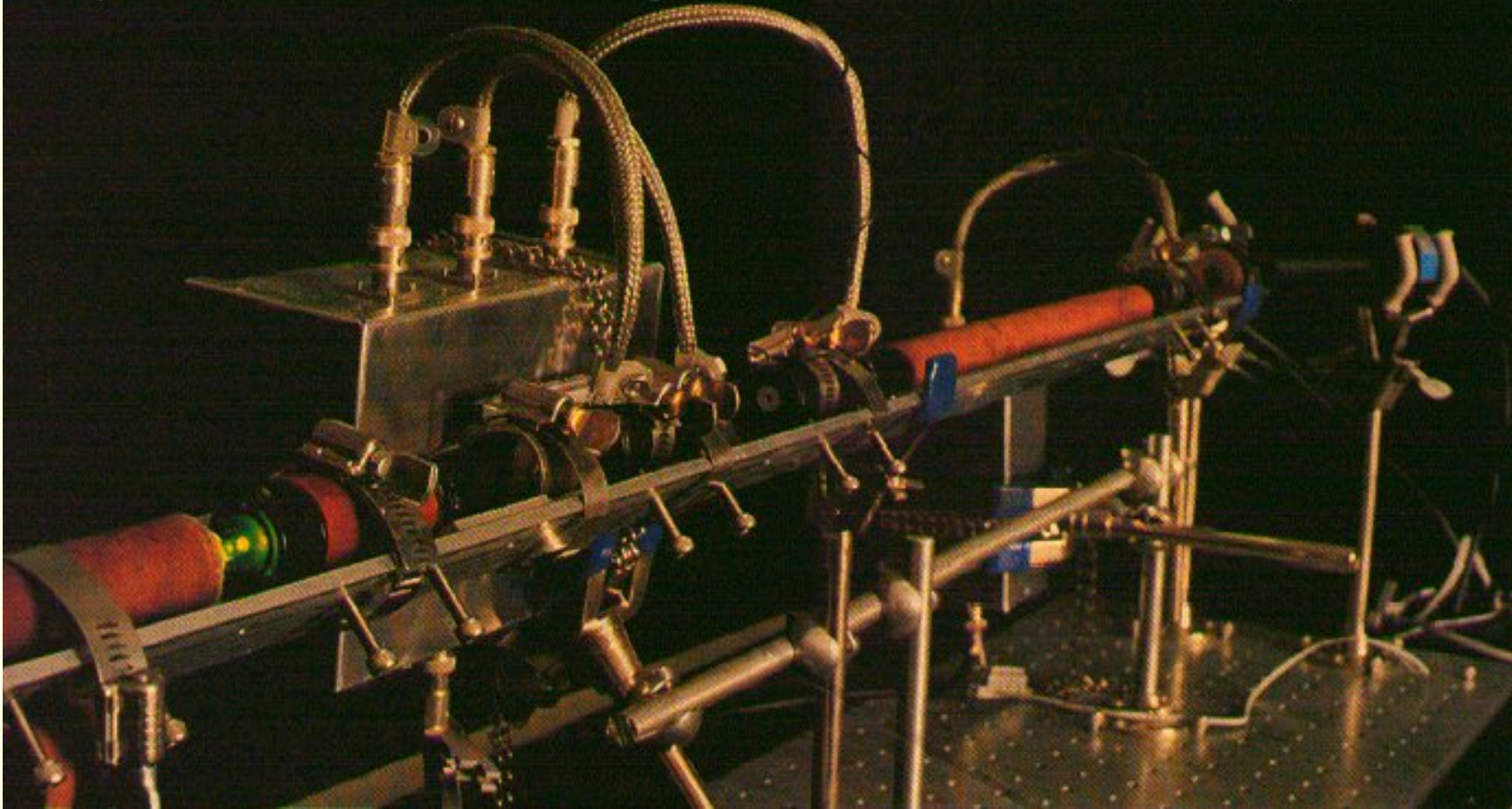
protokół B92

baza nieortogonalna

- Zamiast polaryzacji można używać fazy fotonów jako kubitów
- Ciągłe pojawiają się nowe propozycje!

7 Kryptografia kwantowa w praktyce

Quantum device generates & measures faint flashes of polarized light, providing a secure way to transmit information. On average, each flash consists of one tenth of a photon.



Pierwsze urządzenie do kwantowej kryptografii zbudowane w laboratoriach IBM (odległość 32 cm, 10 bitów/sek), Ch. Bennett i inni, 1992



Nicolas Gisin

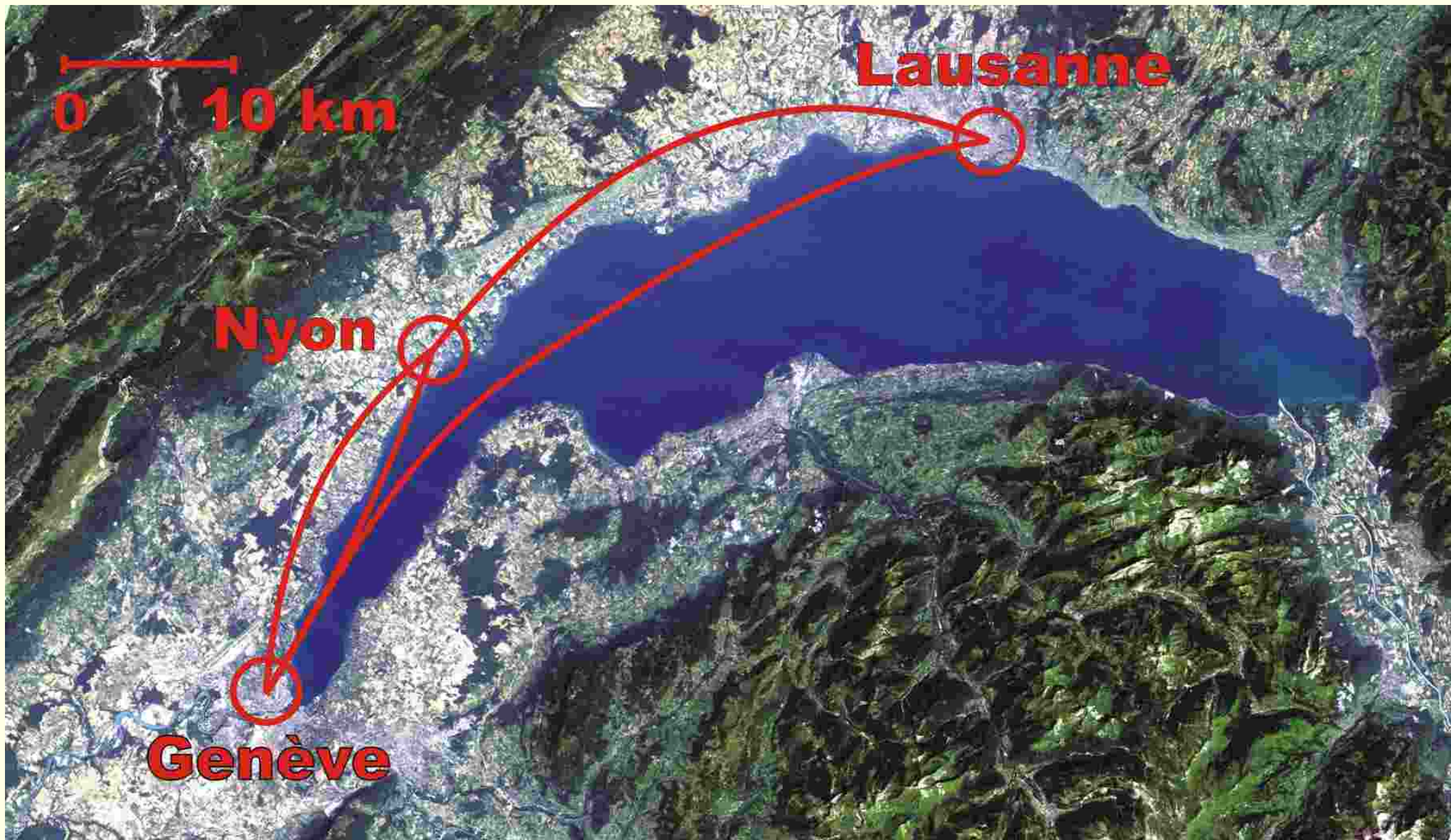
Group of Applied Physics

sekcja optyczna

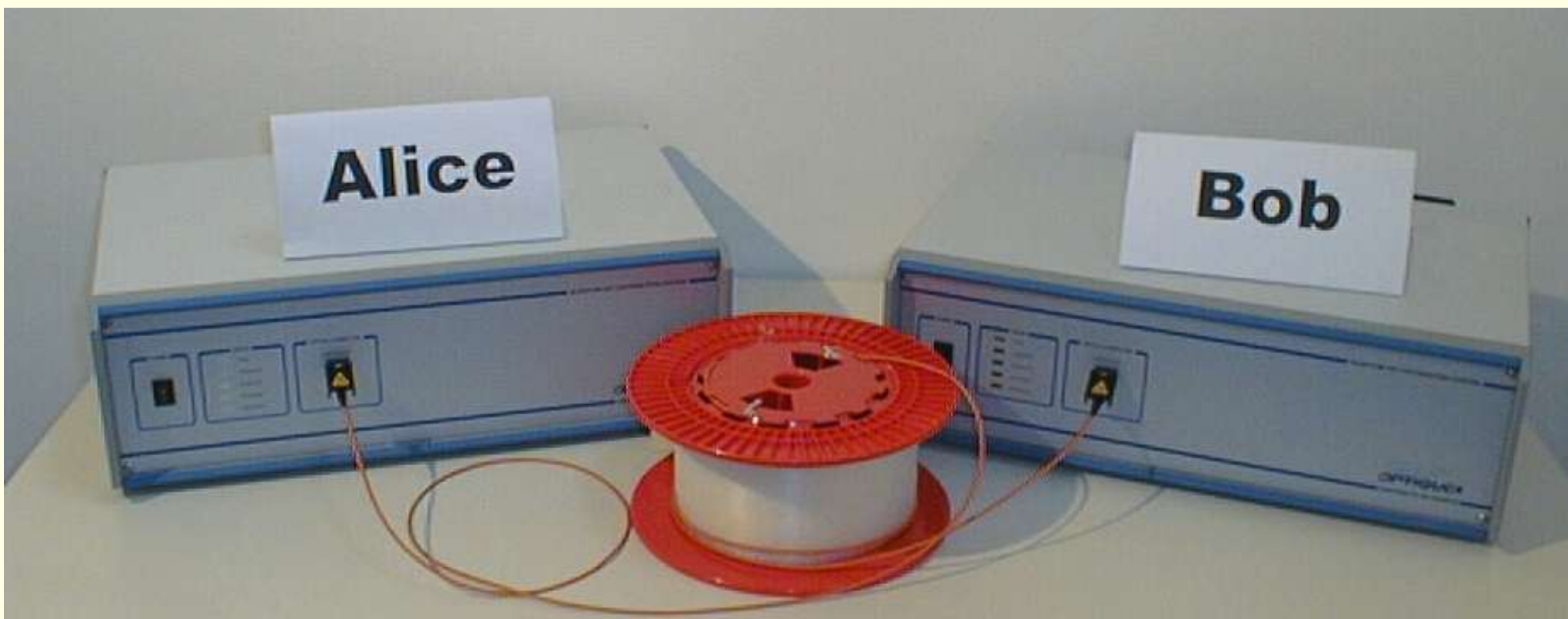
Uniwersytet w Genewie

Eksperymenty kwantowe z
wykorzystaniem

komercyjnych światłowodów



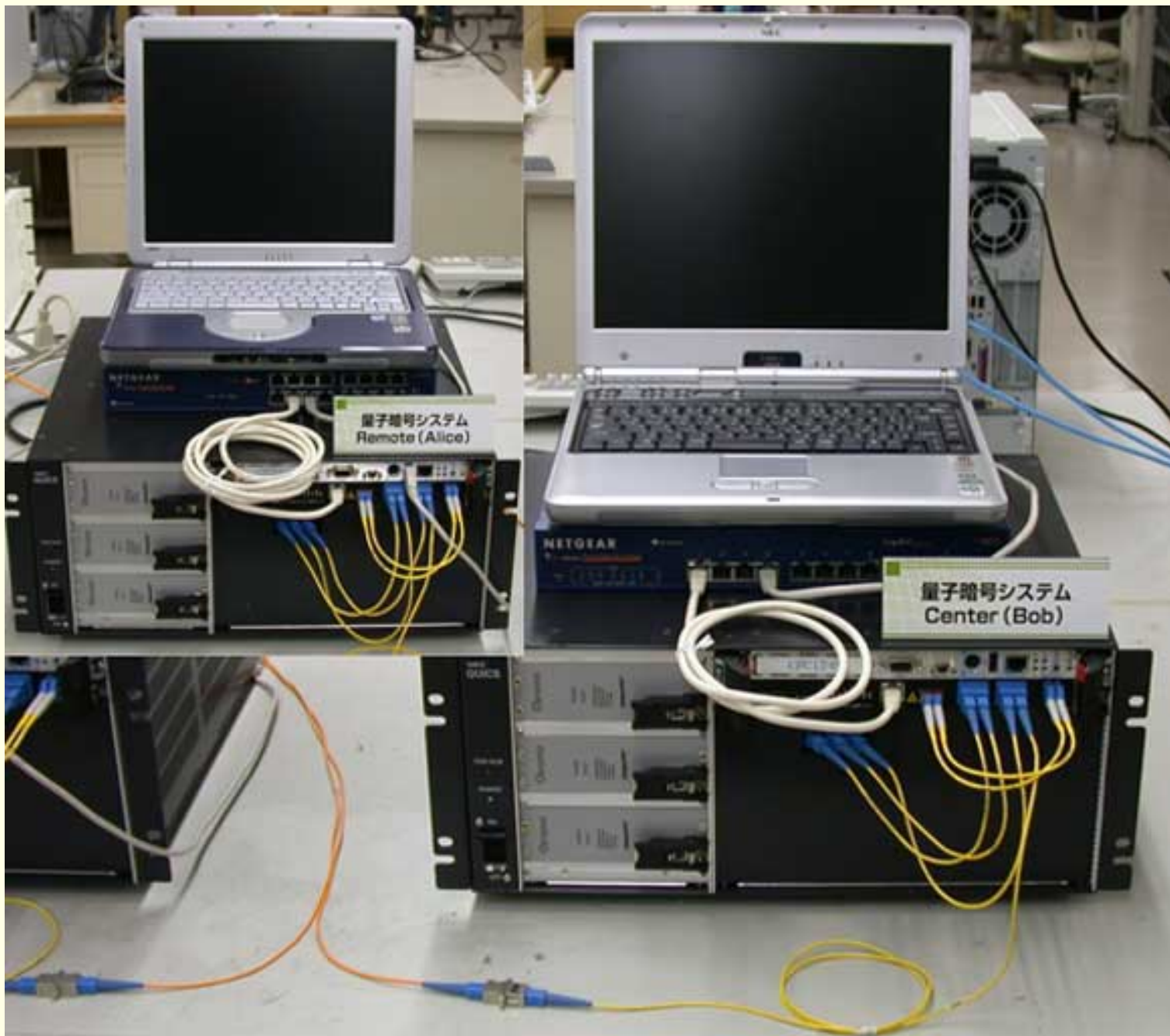
Genewa i okolice — miejsce eksperymentów kwantowych na odległościach kilkudziesięciu kilometrów w komercyjnych światłowodach, **N. Gisin**, **W. Tittel** i inni, 2000 ...



Komercyjny zestaw do kryptografii kwantowej produkowany przez firmę [id Quantique](#) w Szwajcarii



Anton Zeilinger demonstrowuje pierwszy czek przesłany z wykorzystaniem kryptografii kwantowej (21 kwietnia 2004)



Zestaw do kryptografii kwantowej firmy NEC



Zestaw do kryptografii kwantowej firmy **Toshiba**

Kryptografia kwantowa jest już produktem rynkowym!

- Przy połączeniach światłowodowych uzyskuje się odległości ponad 100 kilometrów
- W otwartej przestrzeni uzyskuje się odległości ponad 20 km.
- Istnieje kilka firm, które produkują urządzenia do kryptografii kwantowej.
- Uruchomiono pierwsze sieci z kwantową dystrybucją klucza.
- Wykonano pierwsze przekazy wideo szyfrowane kluczem kwantowym.
- Unia Europejska zainwestuje 11 mln € w ciągu 4 lat w system **SECOQC** (Secure Communication based on Quantum Cryptography)

Kryptografia kwantowa jest już produktem rynkowym!

- Przy połączeniach światłowodowych uzyskuje się odległości ponad 100 kilometrów
- W otwartej przestrzeni uzyskuje się odległości ponad 20 km.
- Istnieje kilka firm, które produkują urządzenia do kryptografii kwantowej.
- Uruchomiono pierwsze sieci z kwantową dystrybucją klucza.
- Wykonano pierwsze przekazy wideo szyfrowane kluczem kwantowym.
- Unia Europejska zainwestuje 11 mln € w ciągu 4 lat w system **SECOQC** (Secure Communication based on Quantum Cryptography)

Kryptografia kwantowa jest już produktem rynkowym!

- Przy połączeniach światłowodowych uzyskuje się odległości ponad 100 kilometrów
- W otwartej przestrzeni uzyskuje się odległości ponad 20 km.
- Istnieje kilka firm, które produkują urządzenia do kryptografii kwantowej.
- Uruchomiono pierwsze sieci z kwantową dystrybucją klucza.
- Wykonano pierwsze przekazy wideo szyfrowane kluczem kwantowym.
- Unia Europejska zainwestuje 11 mln € w ciągu 4 lat w system **SECOQC** (Secure Communication based on Quantum Cryptography)

Kryptografia kwantowa jest już produktem rynkowym!

- Przy połączeniach światłowodowych uzyskuje się odległości ponad 100 kilometrów
- W otwartej przestrzeni uzyskuje się odległości ponad 20 km.
- Istnieje kilka firm, które produkują urządzenia do kryptografii kwantowej.
- Uruchomiono pierwsze sieci z kwantową dystrybucją klucza.
- Wykonano pierwsze przekazy wideo szyfrowane kluczem kwantowym.
- Unia Europejska zainwestuje 11 mln € w ciągu 4 lat w system **SECOQC** (Secure Communication based on Quantum Cryptography)

Kryptografia kwantowa jest już produktem rynkowym!

- Przy połączeniach światłowodowych uzyskuje się odległości ponad 100 kilometrów
- W otwartej przestrzeni uzyskuje się odległości ponad 20 km.
- Istnieje kilka firm, które produkują urządzenia do kryptografii kwantowej.
- Uruchomiono pierwsze sieci z kwantową dystrybucją klucza.
- Wykonano pierwsze przekazy wideo szyfrowane kluczem kwantowym.
- Unia Europejska zainwestuje 11 mln € w ciągu 4 lat w system **SECOQC** (Secure Communication based on Quantum Cryptography)

Kryptografia kwantowa jest już produktem rynkowym!

- Przy połączeniach światłowodowych uzyskuje się odległości ponad 100 kilometrów
- W otwartej przestrzeni uzyskuje się odległości ponad 20 km.
- Istnieje kilka firm, które produkują urządzenia do kryptografii kwantowej.
- Uruchomiono pierwsze sieci z kwantową dystrybucją klucza.
- Wykonano pierwsze przekazy wideo szyfrowane kluczem kwantowym.
- Unia Europejska zainwestuje 11 mln € w ciągu 4 lat w system **SECOQC** (Secure Communication based on Quantum Cryptography)

Kryptografia kwantowa jest już produktem rynkowym!

- Przy połączeniach światłowodowych uzyskuje się odległości ponad 100 kilometrów
- W otwartej przestrzeni uzyskuje się odległości ponad 20 km.
- Istnieje kilka firm, które produkują urządzenia do kryptografii kwantowej.
- Uruchomiono pierwsze sieci z kwantową dystrybucją klucza.
- Wykonano pierwsze przekazy wideo szyfrowane kluczem kwantowym.
- Unia Europejska zainwestuje 11 mln € w ciągu 4 lat w system **SECOQC** (Secure Communication based on Quantum Cryptography)

Wiek XXI to wiek technologii kwantowej!

Wiek XXI to wiek technologii kwantowej!
Uczcie się optyki kwantowej!

Wiek XXI to wiek technologii kwantowej!

Uczcie się optyki kwantowej!

Będziecie potrzebni!