

Kryptografia

z elementami kryptografii kwantowej

Ryszard Tanaś

<http://zon8.physd.amu.edu.pl/~tanas>

Wykład 10

Spis treści

15	Uwierzytelnianie	3
15.1	Hasła	4
15.2	PIN — Personal Identification Number	7
15.3	Protokół challenge-response	8
15.4	Dowody z wiedzą zerową	11
15.5	Dowód o wiedzy zerowej dla logarytmu dyskretnego	14
15.6	Protokół Fiata-Shamira	16
15.7	Protokół Schnorra	19

15 Uwierzytelnianie

- Kluczową sprawą dla **bezpieczeństwa** systemów komputerowych jest zapewnienie dostępu do systemu i zasobów tylko osobom do tego **uprawnionym**.
- W systemie musi więc być wbudowany mechanizm **sprawdzania**, czy użytkownik podający się za Alicję, naprawdę nią jest.
- Do tego celu służy mechanizm **uwierzytelniania** lub **identyfikacji** (tutaj nie rozróżniamy tych pojęć, chociaż czasem się je rozróżnia).

15 Uwierzytelnianie

- Kluczową sprawą dla **bezpieczeństwa** systemów komputerowych jest zapewnienie dostępu do systemu i zasobów tylko osobom do tego **uprawnionym**.
- W systemie musi więc być wbudowany mechanizm **sprawdzania**, czy użytkownik podający się za Alicję, naprawdę nią jest.
- Do tego celu służy mechanizm **uwierzytelniania** lub **identyfikacji** (tutaj nie rozróżniamy tych pojęć, chociaż czasem się je rozróżnia).

15 Uwierzytelnianie

- Kluczową sprawą dla **bezpieczeństwa** systemów komputerowych jest zapewnienie dostępu do systemu i zasobów tylko osobom do tego **uprawnionym**.
- W systemie musi więc być wbudowany mechanizm **sprawdzania**, czy użytkownik podający się za Alicję, naprawdę nią jest.
- Do tego celu służy mechanizm **uwierzytelniania** lub **identyfikacji** (tutaj nie rozróżniamy tych pojęć, chociaż czasem się je rozróżnia).

15 Uwierzytelnianie

- Kluczową sprawą dla **bezpieczeństwa** systemów komputerowych jest zapewnienie dostępu do systemu i zasobów tylko osobom do tego **uprawnionym**.
- W systemie musi więc być wbudowany mechanizm **sprawdzania**, czy użytkownik podający się za Alicję, naprawdę nią jest.
- Do tego celu służy mechanizm **uwierzytelniania** lub **identyfikacji** (tutaj nie rozróżniamy tych pojęć, chociaż czasem się je rozróżnia).

15.1 Hasła

Najczęściej stosowany system identyfikacji to system **haseł**. Alicja chcąc wejść do systemu podaje tajne hasło znane tylko jej i systemowi.

15.1.1 Hasła w systemie Unix

- Hasła w systemie Unix szyfrowane są programem **crypt**, który stanowi pewną modyfikację DES.
- Użytkownik wybiera ośmioliterowe hasło.
- Z każdego bajtu reprezentującego literę hasła wybieranych jest **7** bitów, które w rezultacie tworzą **56** bitowy klucz.

15.1 Hasła

Najczęściej stosowany system identyfikacji to system **haseł**. Alicja chcąc wejść do systemu podaje tajne hasło znane tylko jej i systemowi.

15.1.1 Hasła w systemie Unix

- Hasła w systemie Unix szyfrowane są programem **crypt**, który stanowi pewną modyfikację DES.
- Użytkownik wybiera ośmioliterowe hasło.
- Z każdego bajtu reprezentującego literę hasła wybieranych jest **7** bitów, które w rezultacie tworzą **56** bitowy klucz.

15.1 Hasła

Najczęściej stosowany system identyfikacji to system **haseł**. Alicja chcąc wejść do systemu podaje tajne hasło znane tylko jej i systemowi.

15.1.1 Hasła w systemie Unix

- Hasła w systemie Unix szyfrowane są programem **crypt**, który stanowi pewną modyfikację DES.
- Użytkownik wybiera ośmioliterowe hasło.
- Z każdego bajtu reprezentującego literę hasła wybieranych jest **7** bitów, które w rezultacie tworzą **56** bitowy klucz.

15.1 Hasła

Najczęściej stosowany system identyfikacji to system **haseł**. Alicja chcąc wejść do systemu podaje tajne hasło znane tylko jej i systemowi.

15.1.1 Hasła w systemie Unix

- Hasła w systemie Unix szyfrowane są programem **crypt**, który stanowi pewną modyfikację DES.
- Użytkownik wybiera ośmioliterowe hasło.
- Z każdego bajtu reprezentującego literę hasła wybieranych jest **7** bitów, które w rezultacie tworzą **56** bitowy klucz.

- Klucz ten służy do szyfrowania 64 bitowego bloku znanego tekstu (zwykle same zera). Wynik podlega kolejnemu szyfrowaniu, i tak 25 razy.
- Dodatkowo używa się 12 bitów („salt”) generowanych przez zegar systemowy w momencie tworzenia hasła. Bity te są wykorzystane w permutacji rozszerzającej DES.
- Wynik szyfrowania (64 bity) plus „salt” (12 bitów) jest „przepakowany” i zapisywany w postaci 11 znaków ASCII.
- Hasło przechowywane jest w postaci 13 znaków ASCII, które zawierają dwa znaki „salt” oraz 11 znaków zaszyfrowanego hasła.

- Klucz ten służy do szyfrowania 64 bitowego bloku znanego tekstu (zwykle same zera). Wynik podlega kolejnemu szyfrowaniu, i tak 25 razy.
- Dodatkowo używa się 12 bitów („salt”) generowanych przez zegar systemowy w momencie tworzenia hasła. Bity te są wykorzystane w permutacji rozszerzającej DES.
- Wynik szyfrowania (64 bity) plus „salt” (12 bitów) jest „przepakowany” i zapisywany w postaci 11 znaków ASCII.
- Hasło przechowywane jest w postaci 13 znaków ASCII, które zawierają dwa znaki „salt” oraz 11 znaków zaszyfrowanego hasła.

- Klucz ten służy do szyfrowania 64 bitowego bloku znanego tekstu (zwykle same zera). Wynik podlega kolejnemu szyfrowaniu, i tak 25 razy.
- Dodatkowo używa się 12 bitów („salt”) generowanych przez zegar systemowy w momencie tworzenia hasła. Bity te są wykorzystane w permutacji rozszerzającej DES.
- Wynik szyfrowania (64 bity) plus „salt” (12 bitów) jest „przepakowany” i zapisywany w postaci 11 znaków ASCII.
- Hasło przechowywane jest w postaci 13 znaków ASCII, które zawierają dwa znaki „salt” oraz 11 znaków zaszyfrowanego hasła.

- Klucz ten służy do szyfrowania 64 bitowego bloku znanego tekstu (zwykle same zera). Wynik podlega kolejnemu szyfrowaniu, i tak 25 razy.
- Dodatkowo używa się 12 bitów („salt”) generowanych przez zegar systemowy w momencie tworzenia hasła. Bity te są wykorzystane w permutacji rozszerzającej DES.
- Wynik szyfrowania (64 bity) plus „salt” (12 bitów) jest „przepakowany” i zapisywany w postaci 11 znaków ASCII.
- Hasło przechowywane jest w postaci 13 znaków ASCII, które zawierają dwa znaki „salt” oraz 11 znaków zaszyfrowanego hasła.

- Dodanie 12 bitów „salt” powoduje, że liczba możliwości dla wybranego hasła zwiększa się $2^{12} = 4096$ razy.
- W nowszych systemach stosuje się bezpieczniejsze sposoby szyfrowania haseł, np. algorytm MD5

- Dodanie 12 bitów „salt” powoduje, że liczba możliwości dla wybranego hasła zwiększa się $2^{12} = 4096$ razy.
- W nowszych systemach stosuje się bezpieczniejsze sposoby szyfrowania haseł, np. algorytm MD5

15.2 PIN — Personal Identification Number

- Odmianą hasła jest także PIN używany w przypadku kart kredytowych, bankowych, czy tzw. tokenów.
- Jest to zwykle liczba czterocyfrowa (czasem ośmiocyfrowa), która ma zabezpieczać przed użyciem karty przez osoby niepowołane, np. złodzieja.

15.2 PIN — Personal Identification Number

- Odmianą hasła jest także **PIN** używany w przypadku kart kredytowych, bankowych, czy tzw. tokenów.
- Jest to zwykle liczba czterocyfrowa (czasem ośmiocyfrowa), która ma zabezpieczać przed użyciem karty przez osoby niepowołane, np. złodzieja.

15.2 PIN — Personal Identification Number

- Odmianą hasła jest także PIN używany w przypadku kart kredytowych, bankowych, czy tzw. tokenów.
- Jest to zwykle liczba czterocyfrowa (czasem ośmiocyfrowa), która ma zabezpieczać przed użyciem karty przez osoby niepowołane, np. złodzieja.

15.3 Protokół challenge-response

- Idea tego sposobu **identyfikacji** polega na **odpowiedzi** (response) Alicji na **wyzwanie** (challenge) przesłane przez Bolka, która przekona Bolka, że ma do czynienia z Alicją.

15.3 Protokół challenge-response

- Idea tego sposobu **identyfikacji** polega na **odpowiedzi** (response) Alicji na **wyzwanie** (challenge) przesłane przez Bolka, która przekona Bolka, że ma do czynienia z Alicją.

15.3.1 Protokół challenge-response z tajnym kluczem

- Alicja i Bolek dysponują takim samym **tajnym kluczem** K (algorytm symetryczny) oraz umówili się jakiej **funkcji hashującej** H będą używać.
- Alicja komunikuje się z Bolkim przedstawiając się jako Alicja
- Bolek generuje liczbę losową r_B i wysyła ją Alicji
- Alicja oblicza $H(K, r_B)$ i przesyła wynik Bolkowi
- Bolek także oblicza $H(K, r_B)$ i jeśli wynik zgadza się z wynikiem przysłanym przez Alicję to tożsamość Alicji zostaje potwierdzona

15.3.1 Protokół challenge-response z tajnym kluczem

- Alicja i Bolek dysponują takim samym **tajnym kluczem** K (algorytm symetryczny) oraz umówili się jakiej **funkcji hashującej** H będą używać.
- Alicja komunikuje się z Bolkim przedstawiając się jako Alicja
- Bolek generuje liczbę losową r_B i wysyła ją Alicji
- Alicja oblicza $H(K, r_B)$ i przesyła wynik Bolkowi
- Bolek także oblicza $H(K, r_B)$ i jeśli wynik zgadza się z wynikiem przysłanym przez Alicję to tożsamość Alicji zostaje potwierdzona

15.3.1 Protokół challenge-response z tajnym kluczem

- Alicja i Bolek dysponują takim samym **tajnym kluczem** K (algorytm symetryczny) oraz umówili się jakiej **funkcji hashującej** H będą używać.
- Alicja komunikuje się z Bolkim przedstawiając się jako Alicja
- Bolek generuje liczbę losową r_B i wysyła ją Alicji
- Alicja oblicza $H(K, r_B)$ i przesyła wynik Bolkowi
- Bolek także oblicza $H(K, r_B)$ i jeśli wynik zgadza się z wynikiem przysłanym przez Alicję to tożsamość Alicji zostaje potwierdzona

15.3.1 Protokół challenge-response z tajnym kluczem

- Alicja i Bolek dysponują takim samym **tajnym kluczem** K (algorytm symetryczny) oraz umówili się jakiej **funkcji hashującej** H będą używać.
- Alicja komunikuje się z Bolkim przedstawiając się jako Alicja
- Bolek generuje liczbę losową r_B i wysyła ją Alicji
- Alicja oblicza $H(K, r_B)$ i przesyła wynik Bolkowi
- Bolek także oblicza $H(K, r_B)$ i jeśli wynik zgadza się z wynikiem przysłanym przez Alicję to tożsamość Alicji zostaje potwierdzona

15.3.1 Protokół challenge-response z tajnym kluczem

- Alicja i Bolek dysponują takim samym **tajnym kluczem** K (algorytm symetryczny) oraz umówili się jakiej **funkcji hashującej** H będą używać.
- Alicja komunikuje się z Bolkim przedstawiając się jako Alicja
- Bolek generuje liczbę losową r_B i wysyła ją Alicji
- Alicja oblicza $H(K, r_B)$ i przesyła wynik Bolkowi
- Bolek także oblicza $H(K, r_B)$ i jeśli wynik zgadza się z wynikiem przysłanym przez Alicję to tożsamość Alicji zostaje potwierdzona

15.3.1 Protokół challenge-response z tajnym kluczem

- Alicja i Bolek dysponują takim samym **tajnym kluczem** K (algorytm symetryczny) oraz umówili się jakiej **funkcji hashującej** H będą używać.
- Alicja komunikuje się z Bolkim przedstawiając się jako Alicja
- Bolek generuje liczbę losową r_B i wysyła ją Alicji
- Alicja oblicza $H(K, r_B)$ i przesyła wynik Bolkowi
- Bolek także oblicza $H(K, r_B)$ i jeśli wynik zgadza się z wynikiem przysłanym przez Alicję to tożsamość Alicji zostaje potwierdzona

15.3.2 Protokół challenge-response z kluczem publicznym

- Alicja komunikuje się z Bolkim przedstawiając się jako Alicja
- Bolek generuje liczbę losową r_B i wysyła ją Alicji
- Alicja szyfruje liczbę r_B używając swojego klucza prywatnego i kryptogram wysyła do Bolka
- Bolek deszyfruje kryptogram otrzymany od Alicji używając jej klucza publicznego i jeśli w wyniku otrzyma r_B to tożsamość Alicji jest potwierdzona

15.3.2 Protokół challenge-response z kluczem publicznym

- Alicja komunikuje się z Bolkem przedstawiając się jako Alicja
- Bolek generuje liczbę losową r_B i wysyła ją Alicji
- Alicja szyfruje liczbę r_B używając swojego klucza prywatnego i kryptogram wysyła do Bolka
- Bolek deszyfruje kryptogram otrzymany od Alicji używając jej klucza publicznego i jeśli w wyniku otrzyma r_B to tożsamość Alicji jest potwierdzona

15.3.2 Protokół challenge-response z kluczem publicznym

- Alicja komunikuje się z Bolkem przedstawiając się jako Alicja
- Bolek generuje liczbę losową r_B i wysyła ją Alicji
- Alicja szyfruje liczbę r_B używając swojego klucza prywatnego i kryptogram wysyła do Bolka
- Bolek deszyfruje kryptogram otrzymany od Alicji używając jej klucza publicznego i jeśli w wyniku otrzyma r_B to tożsamość Alicji jest potwierdzona

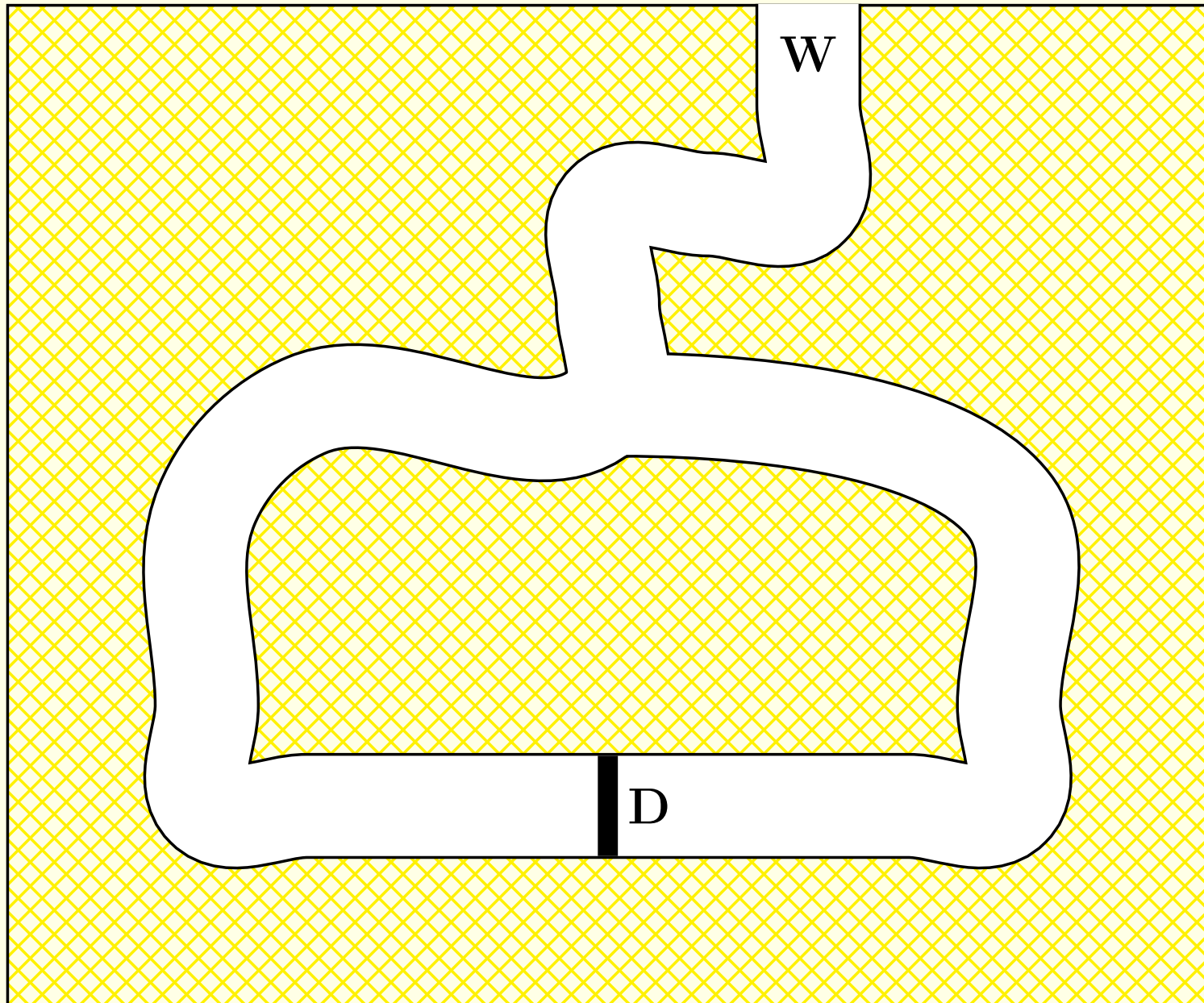
15.3.2 Protokół challenge-response z kluczem publicznym

- Alicja komunikuje się z Bolkim przedstawiając się jako Alicja
- Bolek generuje liczbę losową r_B i wysyła ją Alicji
- Alicja szyfruje liczbę r_B używając swojego klucza prywatnego i kryptogram wysyła do Bolka
- Bolek deszyfruje kryptogram otrzymany od Alicji używając jej klucza publicznego i jeśli w wyniku otrzyma r_B to tożsamość Alicji jest potwierdzona

15.3.2 Protokół challenge-response z kluczem publicznym

- Alicja komunikuje się z Bolkim przedstawiając się jako Alicja
- Bolek generuje liczbę losową r_B i wysyła ją Alicji
- Alicja szyfruje liczbę r_B używając swojego klucza prywatnego i kryptogram wysyła do Bolka
- Bolek deszyfruje kryptogram otrzymany od Alicji używając jej klucza publicznego i jeśli w wyniku otrzyma r_B to tożsamość Alicji jest potwierdzona

15.4 Dowody z wiedzą zerową



Jaskinia

- Alicja chce przekonać Bolka, że zna pewien sekret, ale nie chce zdradzić samego sekretu.

Alicja twierdzi, że potrafi otworzyć drzwi zamykające przejście w jaskini.

- Bolek stoi przy wejściu do jaskini
- Alicja wchodzi do jaskini i idzie albo w lewo albo w prawo dochodząc do drzwi zamykających przejście
- Bolek dochodzi do rozwidlenia korytarza, rzuca monetą i w zależności od wyniku rzutu krzyczy, nakazując Alicji wyjść albo z lewego korytarza albo z prawego
- Alicja wykonuje polecenie Bolka, otwierając drzwi jeśli to konieczne

- Alicja chce przekonać Bolka, że zna pewien sekret, ale nie chce zdradzić samego sekretu.

Alicja twierdzi, że potrafi otworzyć drzwi zamykające przejście w jaskini.

- **Bolek stoi przy wejściu do jaskini**
- Alicja wchodzi do jaskini i idzie albo w lewo albo w prawo dochodząc do drzwi zamykających przejście
- Bolek dochodzi do rozwidlenia korytarza, rzuca monetą i w zależności od wyniku rzutu krzyczy, nakazując Alicji wyjść albo z lewego korytarza albo z prawego
- Alicja wykonuje polecenie Bolka, otwierając drzwi jeśli to konieczne

- Alicja chce przekonać Bolka, że zna pewien sekret, ale nie chce zdradzić samego sekretu.

Alicja twierdzi, że potrafi otworzyć drzwi zamykające przejście w jaskini.

- Bolek stoi przy wejściu do jaskini
- Alicja wchodzi do jaskini i idzie albo w lewo albo w prawo dochodząc do drzwi zamykających przejście
- Bolek dochodzi do rozwidlenia korytarza, rzuca monetą i w zależności od wyniku rzutu krzyczy, nakazując Alicji wyjść albo z lewego korytarza albo z prawego
- Alicja wykonuje polecenie Bolka, otwierając drzwi jeśli to konieczne

- Alicja chce przekonać Bolka, że zna pewien sekret, ale nie chce zdradzić samego sekretu.

Alicja twierdzi, że potrafi otworzyć drzwi zamykające przejście w jaskini.

- Bolek stoi przy wejściu do jaskini
- Alicja wchodzi do jaskini i idzie albo w lewo albo w prawo dochodząc do drzwi zamykających przejście
- Bolek dochodzi do rozwidlenia korytarza, rzuca monetą i w zależności od wyniku rzutu krzyczy, nakazując Alicji wyjść albo z lewego korytarza albo z prawego
- Alicja wykonuje polecenie Bolka, otwierając drzwi jeśli to konieczne

- Alicja chce przekonać Bolka, że zna pewien sekret, ale nie chce zdradzić samego sekretu.

Alicja twierdzi, że potrafi otworzyć drzwi zamykające przejście w jaskini.

- Bolek stoi przy wejściu do jaskini
- Alicja wchodzi do jaskini i idzie albo w lewo albo w prawo dochodząc do drzwi zamykających przejście
- Bolek dochodzi do rozwidlenia korytarza, rzuca monetą i w zależności od wyniku rzutu krzyczy, nakazując Alicji wyjść albo z lewego korytarza albo z prawego
- Alicja wykonuje polecenie Bolka, otwierając drzwi jeśli to konieczne

- Doświadczenie takie powtarzają n -krotnie. Jeśli n jest dostatecznie duże, to prawdopodobieństwo tego, że Alicja wykona polecenie Bolka nie potrafiąc otworzyć drzwi jest znikomo małe ($1/2^n$).

15.5 Dowód o wiedzy zerowej dla logarytmu dyskretnego

- Alicja chce przekonać Bolka, że zna wartość logarytmu dyskretnego bez zdradzanie tej wartości. Czyli chce udowodnić, że zna liczbę x , która spełnia zależność $a^x = b \pmod{p}$, gdzie p jest dużą liczbą pierwszą. Oboje znają $\{p, a, b\}$, natomiast Bolek nie zna x .
- Alicja generuje t liczb losowych r_1, r_2, \dots, r_t mniejszych od $p - 1$
- Alicja oblicza $h_i \equiv a^{r_i} \pmod{p}$ i przesyła je Bolkowi
- Alicja i Bolek wspólnie rzucają t razy monetą generując w ten sposób t bitów b_1, b_2, \dots, b_t

15.5 Dowód o wiedzy zerowej dla logarytmu dyskretnego

- Alicja chce przekonać Bolka, że zna wartość logarytmu dyskretnego bez zdradzanie tej wartości. Czyli chce udowodnić, że zna liczbę x , która spełnia zależność $a^x = b \pmod{p}$, gdzie p jest dużą liczbą pierwszą. Oboje znają $\{p, a, b\}$, natomiast Bolek nie zna x .
- Alicja generuje t liczb losowych r_1, r_2, \dots, r_t mniejszych od $p - 1$
- Alicja oblicza $h_i \equiv a^{r_i} \pmod{p}$ i przesyła je Bolkowi
- Alicja i Bolek wspólnie rzucają t razy monetą generując w ten sposób t bitów b_1, b_2, \dots, b_t

15.5 Dowód o wiedzy zerowej dla logarytmu dyskretnego

- Alicja chce przekonać Bolka, że zna wartość logarytmu dyskretnego bez zdradzanie tej wartości. Czyli chce udowodnić, że zna liczbę x , która spełnia zależność $a^x = b \pmod{p}$, gdzie p jest dużą liczbą pierwszą. Oboje znają $\{p, a, b\}$, natomiast Bolek nie zna x .
- Alicja generuje t liczb losowych r_1, r_2, \dots, r_t mniejszych od $p - 1$
- Alicja oblicza $h_i \equiv a^{r_i} \pmod{p}$ i przesyła je Bolkowi
- Alicja i Bolek wspólnie rzucają t razy monetą generując w ten sposób t bitów b_1, b_2, \dots, b_t

15.5 Dowód o wiedzy zerowej dla logarytmu dyskretnego

- Alicja chce przekonać Bolka, że zna wartość logarytmu dyskretnego bez zdradzanie tej wartości. Czyli chce udowodnić, że zna liczbę x , która spełnia zależność $a^x = b \pmod{p}$, gdzie p jest dużą liczbą pierwszą. Oboje znają $\{p, a, b\}$, natomiast Bolek nie zna x .
- Alicja generuje t liczb losowych r_1, r_2, \dots, r_t mniejszych od $p - 1$
- Alicja oblicza $h_i \equiv a^{r_i} \pmod{p}$ i przesyła je Bolkowi
- Alicja i Bolek wspólnie rzucają t razy monetą generując w ten sposób t bitów b_1, b_2, \dots, b_t

15.5 Dowód o wiedzy zerowej dla logarytmu dyskretnego

- Alicja chce przekonać Bolka, że zna wartość logarytmu dyskretnego bez zdradzanie tej wartości. Czyli chce udowodnić, że zna liczbę x , która spełnia zależność $a^x = b \pmod{p}$, gdzie p jest dużą liczbą pierwszą. Oboje znają $\{p, a, b\}$, natomiast Bolek nie zna x .
- Alicja generuje t liczb losowych r_1, r_2, \dots, r_t mniejszych od $p - 1$
- Alicja oblicza $h_i \equiv a^{r_i} \pmod{p}$ i przesyła je Bolkowi
- Alicja i Bolek wspólnie rzucają t razy monetą generując w ten sposób t bitów b_1, b_2, \dots, b_t

- Dla wszystkich bitów Alicja oblicza i przesyła Bolkowi następujące liczby

$$r_i \quad \text{jeśli } b_i = 0$$

$$s_i = r_i - r_j \quad \text{jeśli } b_i = 1$$

gdzie j jest największą wartością, dla której $b_j = 1$

- Dla wszystkich bitów t Bolek sprawdza czy

$$a^{r_i} \equiv h_i \pmod{p} \quad \text{dla } b_i = 0$$

$$a^{s_i} \equiv h_i h_j^{-1} \pmod{p} \quad \text{dla } b_i = 1$$

- Dla każdego i , dla którego $b_i = 1$, Alicja oblicza i wysyła Bolkowi

$$z_i = (x - r_i) \pmod{p - 1}$$

- Bolek sprawdza czy $a^{z_i} \equiv b h_i^{-1} \pmod{p}$

- Dla wszystkich bitów Alicja oblicza i przesyła Bolkowi następujące liczby

$$r_i \quad \text{jeśli } b_i = 0$$

$$s_i = r_i - r_j \quad \text{jeśli } b_i = 1$$

gdzie j jest największą wartością, dla której $b_j = 1$

- Dla wszystkich bitów t Bolek sprawdza czy

$$a^{r_i} \equiv h_i \pmod{p} \quad \text{dla } b_i = 0$$

$$a^{s_i} \equiv h_i h_j^{-1} \pmod{p} \quad \text{dla } b_i = 1$$

- Dla każdego i , dla którego $b_i = 1$, Alicja oblicza i wysyła Bolkowi

$$z_i = (x - r_i) \pmod{p - 1}$$

- Bolek sprawdza czy $a^{z_i} \equiv b h_i^{-1} \pmod{p}$

- Dla wszystkich bitów Alicja oblicza i przesyła Bolkowi następujące liczby

$$r_i \quad \text{jeśli } b_i = 0$$

$$s_i = r_i - r_j \quad \text{jeśli } b_i = 1$$

gdzie j jest największą wartością, dla której $b_j = 1$

- Dla wszystkich bitów t Bolek sprawdza czy

$$a^{r_i} \equiv h_i \pmod{p} \quad \text{dla } b_i = 0$$

$$a^{s_i} \equiv h_i h_j^{-1} \pmod{p} \quad \text{dla } b_i = 1$$

- Dla każdego i , dla którego $b_i = 1$, Alicja oblicza i wysyła Bolkowi

$$z_i = (x - r_i) \pmod{p - 1}$$

- Bolek sprawdza czy $a^{z_i} \equiv b h_i^{-1} \pmod{p}$

- Dla wszystkich bitów Alicja oblicza i przesyła Bolkowi następujące liczby

$$r_i \quad \text{jeśli } b_i = 0$$

$$s_i = r_i - r_j \quad \text{jeśli } b_i = 1$$

gdzie j jest największą wartością, dla której $b_j = 1$

- Dla wszystkich bitów t Bolek sprawdza czy

$$a^{r_i} \equiv h_i \pmod{p} \quad \text{dla } b_i = 0$$

$$a^{s_i} \equiv h_i h_j^{-1} \pmod{p} \quad \text{dla } b_i = 1$$

- Dla każdego i , dla którego $b_i = 1$, Alicja oblicza i wysyła Bolkowi

$$z_i = (x - r_i) \pmod{p - 1}$$

- Bolek sprawdza czy $a^{z_i} \equiv b h_i^{-1} \pmod{p}$

15.6 Protokół Fiata-Shamira

- Bezpieczeństwo tego protokołu opiera się na trudności obliczeniowej **pierwiastków kwadratowych modulo n** , gdzie n jest iloczynem dwóch liczb pierwszych. Protokół ten wymaga udziału strony trzeciej, **zaufanego arbitra — Trusted Authority (TA)**
- TA wybiera dwie liczby pierwsze p i q , oblicza ich iloczyn $n = pq$
- Alicja wybiera losową liczbę względnie pierwszą z n , oblicza liczbę $v = s^2 \pmod{n}$ i rejestruje u TA v jako swój klucz publiczny
- TA udostępnia liczby n i v jako identyfikatory tożsamości Alicji

15.6 Protokół Fiat-Shamira

- Bezpieczeństwo tego protokołu opiera się na trudności obliczeniowej **pierwiastków kwadratowych modulo n** , gdzie n jest iloczynem dwóch liczb pierwszych. Protokół ten wymaga udziału strony trzeciej, **zaufanego arbitra — Trusted Authority (TA)**
- TA wybiera dwie liczby pierwsze p i q , oblicza ich iloczyn $n = pq$
- Alicja wybiera losową liczbę względnie pierwszą z n , oblicza liczbę $v = s^2 \pmod{n}$ i rejestruje u TA v jako swój klucz publiczny
- TA udostępnia liczby n i v jako identyfikatory tożsamości Alicji

15.6 Protokół Fiata-Shamira

- Bezpieczeństwo tego protokołu opiera się na trudności obliczeniowej pierwiastków kwadratowych modulo n , gdzie n jest iloczynem dwóch liczb pierwszych. Protokół ten wymaga udziału strony trzeciej, zaufanego arbitra — Trusted Authority (TA)
- TA wybiera dwie liczby pierwsze p i q , oblicza ich iloczyn $n = pq$
- Alicja wybiera losową liczbę względnie pierwszą z n , oblicza liczbę $v = s^2 \pmod{n}$ i rejestruje u TA v jako swój klucz publiczny
- TA udostępnia liczby n i v jako identyfikatory tożsamości Alicji

15.6 Protokół Fiata-Shamira

- Bezpieczeństwo tego protokołu opiera się na trudności obliczeniowej **pierwiastków kwadratowych modulo n** , gdzie n jest iloczynem dwóch liczb pierwszych. Protokół ten wymaga udziału strony trzeciej, **zaufanego arbitra — Trusted Authority (TA)**
- TA wybiera dwie liczby pierwsze p i q , oblicza ich iloczyn $n = pq$
- Alicja wybiera losową liczbę względnie pierwszą z n , oblicza liczbę $v = s^2 \pmod{n}$ i rejestruje u TA v jako swój klucz publiczny
- TA udostępnia liczby n i v jako identyfikatory tożsamości Alicji

15.6 Protokół Fiata-Shamira

- Bezpieczeństwo tego protokołu opiera się na trudności obliczeniowej **pierwiastków kwadratowych modulo n** , gdzie n jest iloczynem dwóch liczb pierwszych. Protokół ten wymaga udziału strony trzeciej, **zaufanego arbitra — Trusted Authority (TA)**
- TA wybiera dwie liczby pierwsze p i q , oblicza ich iloczyn $n = pq$
- Alicja wybiera losową liczbę względnie pierwszą z n , oblicza liczbę $v = s^2 \pmod{n}$ i rejestruje u TA v jako swój klucz publiczny
- TA udostępnia liczby n i v jako identyfikatory tożsamości Alicji

- Alicja wybiera losowo liczbę r względnie pierwszą z n , oblicza $x = r^2 \pmod{n}$ i wysyła x Bolkowi

- Bolek wysyła Alicji losowy bit b

- Alicja wysyła Bolkowi

$$r \quad \text{jeśli } b = 0$$

$$y = r \cdot s \pmod{n} \quad \text{jeśli } b = 1$$

- Bolek sprawdza czy

$$x = r^2 \pmod{n} \quad \text{jeśli } b = 0$$

$$y^2 = x \cdot v \pmod{n} \quad \text{jeśli } b = 1$$

- Alicja wybiera losowo liczbę r względnie pierwszą z n , oblicza $x = r^2 \pmod{n}$ i wysyła x Bolkowi

- Bolek wysyła Alicji losowy bit b

- Alicja wysyła Bolkowi

$$r \quad \text{jeśli } b = 0$$

$$y = r \cdot s \pmod{n} \quad \text{jeśli } b = 1$$

- Bolek sprawdza czy

$$x = r^2 \pmod{n} \quad \text{jeśli } b = 0$$

$$y^2 = x \cdot v \pmod{n} \quad \text{jeśli } b = 1$$

- Alicja wybiera losowo liczbę r względnie pierwszą z n , oblicza $x = r^2 \pmod{n}$ i wysyła x Bolkowi

- Bolek wysyła Alicji losowy bit b

- Alicja wysyła Bolkowi

$$r \quad \text{jeśli } b = 0$$

$$y = r \cdot s \pmod{n} \quad \text{jeśli } b = 1$$

- Bolek sprawdza czy

$$x = r^2 \pmod{n} \quad \text{jeśli } b = 0$$

$$y^2 = x \cdot v \pmod{n} \quad \text{jeśli } b = 1$$

- Alicja wybiera losowo liczbę r względnie pierwszą z n , oblicza $x = r^2 \pmod{n}$ i wysyła x Bolkowi

- Bolek wysyła Alicji losowy bit b

- Alicja wysyła Bolkowi

$$r \quad \text{jeśli } b = 0$$

$$y = r \cdot s \pmod{n} \quad \text{jeśli } b = 1$$

- Bolek sprawdza czy

$$x = r^2 \pmod{n} \quad \text{jeśli } b = 0$$

$$y^2 = x \cdot v \pmod{n} \quad \text{jeśli } b = 1$$

- Pierwsza równość dowodzi, że Alicja zna pierwiastek kwadratowy z x , druga natomiast dowodzi, że Alicja zna s . Protokół ten powtarza się t razy, wtedy prawdopodobieństwo oszustwa przez Alicję wynosi $1/2^t$.

15.7 Protokół Schnorra

- Protokół ten opiera się na problemie **logarytmu dyskretnego**.
- Protokół wykorzystuje certyfikaty wydawane przez **TA**
- W etapie wstępnym należy wybrać liczbę pierwszą p oraz drugą liczbę pierwszą q taką, że $q|p - 1$. Liczby te powinny być dostatecznie duże (np. p długości 1024 bity a $q > 160$ bitów). Wybieramy także liczbę $b = g^{(p-1)/q}$, gdzie g jest generatorem \mathbb{Z}_p .
- Każda ze stron otrzymuje liczby $\{p, q, b\}$ oraz klucz publiczny pozwalający weryfikować podpisy TA. Ponadto należy wybrać parametr t ($t \geq 40$, $2^t < q$), który określa **poziom bezpieczeństwa**.

15.7 Protokół Schnorra

- Protokół ten opiera się na problemie **logarytmu dyskretnego**.
- Protokół wykorzystuje certyfikaty wydawane przez **TA**
- W etapie wstępnym należy wybrać liczbę pierwszą p oraz drugą liczbę pierwszą q taką, że $q|p - 1$. Liczby te powinny być dostatecznie duże (np. p długości 1024 bity a $q > 160$ bitów). Wybieramy także liczbę $b = g^{(p-1)/q}$, gdzie g jest generatorem \mathbb{Z}_p .
- Każda ze stron otrzymuje liczby $\{p, q, b\}$ oraz klucz publiczny pozwalający weryfikować podpisy TA. Ponadto należy wybrać parametr t ($t \geq 40$, $2^t < q$), który określa **poziom bezpieczeństwa**.

15.7 Protokół Schnorra

- Protokół ten opiera się na problemie logarytmu dyskretnego.
- Protokół wykorzystuje certyfikaty wydawane przez TA
- W etapie wstępnym należy wybrać liczbę pierwszą p oraz drugą liczbę pierwszą q taką, że $q|p - 1$. Liczby te powinny być dostatecznie duże (np. p długości 1024 bity a $q > 160$ bitów). Wybieramy także liczbę $b = g^{(p-1)/q}$, gdzie g jest generatorem \mathbb{Z}_p .
- Każda ze stron otrzymuje liczby $\{p, q, b\}$ oraz klucz publiczny pozwalający weryfikować podpisy TA. Ponadto należy wybrać parametr t ($t \geq 40$, $2^t < q$), który określa poziom bezpieczeństwa.

15.7 Protokół Schnorra

- Protokół ten opiera się na problemie logarytmu dyskretnego.
- Protokół wykorzystuje certyfikaty wydawane przez TA
- W etapie wstępnym należy wybrać liczbę pierwszą p oraz drugą liczbę pierwszą q taką, że $q|p - 1$. Liczby te powinny być dostatecznie duże (np. p długości 1024 bity a $q > 160$ bitów). Wybieramy także liczbę $b = g^{(p-1)/q}$, gdzie g jest generatorem \mathbb{Z}_p .
- Każda ze stron otrzymuje liczby $\{p, q, b\}$ oraz klucz publiczny pozwalający weryfikować podpisy TA. Ponadto należy wybrać parametr t ($t \geq 40$, $2^t < q$), który określa poziom bezpieczeństwa.

15.7 Protokół Schnorra

- Protokół ten opiera się na problemie logarytmu dyskretnego.
- Protokół wykorzystuje certyfikaty wydawane przez TA
- W etapie wstępnym należy wybrać liczbę pierwszą p oraz drugą liczbę pierwszą q taką, że $q|p - 1$. Liczby te powinny być dostatecznie duże (np. p długości 1024 bity a $q > 160$ bitów). Wybieramy także liczbę $b = g^{(p-1)/q}$, gdzie g jest generatorem \mathbb{Z}_p .
- Każda ze stron otrzymuje liczby $\{p, q, b\}$ oraz klucz publiczny pozwalający weryfikować podpisy TA. Ponadto należy wybrać parametr t ($t \geq 40$, $2^t < q$), który określa poziom bezpieczeństwa.

- TA ustala tożsamość Alicji w konwencjonalny sposób i przydziela jej identyfikator I_A
- Alicja wybiera losowo tajną liczbę a oraz oblicza $v = b^a \pmod{p}$ i rejestruje v u TA
- TA generuje podpis cyfrowy $S(I_A, v)$ oraz wydaje Alicji certyfikat $C = (I_A, v, S(I_A, v))$ wiążący I_A z v
- Alicja wybiera liczbę losową $r < q$ i oblicza $x = b^r \pmod{p}$
- Alicja przesyła Bolkowi certyfikat C oraz liczbę x
- Bolek sprawdza klucz publiczny Alicji sprawdzając podpis TA na certyfikacie

- TA ustala tożsamość Alicji w konwencjonalny sposób i przydziela jej identyfikator I_A
- Alicja wybiera losowo tajną liczbę a oraz oblicza $v = b^a \pmod{p}$ i rejestruje v u TA
- TA generuje podpis cyfrowy $S(I_A, v)$ oraz wydaje Alicji certyfikat $C = (I_A, v, S(I_A, v))$ wiążący I_A z v
- Alicja wybiera liczbę losową $r < q$ i oblicza $x = b^r \pmod{p}$
- Alicja przesyła Bolkowi certyfikat C oraz liczbę x
- Bolek sprawdza klucz publiczny Alicji sprawdzając podpis TA na certyfikacie

- TA ustala tożsamość Alicji w konwencjonalny sposób i przydziela jej identyfikator I_A
- Alicja wybiera losowo tajną liczbę a oraz oblicza $v = b^a \pmod{p}$ i rejestruje v u TA
- TA generuje podpis cyfrowy $S(I_A, v)$ oraz wydaje Alicji certyfikat $C = (I_A, v, S(I_A, v))$ wiążący I_A z v
- Alicja wybiera liczbę losową $r < q$ i oblicza $x = b^r \pmod{p}$
- Alicja przesyła Bolkowi certyfikat C oraz liczbę x
- Bolek sprawdza klucz publiczny Alicji sprawdzając podpis TA na certyfikacie

- TA ustala tożsamość Alicji w konwencjonalny sposób i przydziela jej identyfikator I_A
- Alicja wybiera losowo tajną liczbę a oraz oblicza $v = b^a \pmod{p}$ i rejestruje v u TA
- TA generuje podpis cyfrowy $S(I_A, v)$ oraz wydaje Alicji certyfikat $C = (I_A, v, S(I_A, v))$ wiążący I_A z v
- Alicja wybiera liczbę losową $r < q$ i oblicza $x = b^r \pmod{p}$
- Alicja przesyła Bolkowi certyfikat C oraz liczbę x
- Bolek sprawdza klucz publiczny Alicji sprawdzając podpis TA na certyfikacie

- TA ustala tożsamość Alicji w konwencjonalny sposób i przydziela jej identyfikator I_A
- Alicja wybiera losowo tajną liczbę a oraz oblicza $v = b^a \pmod{p}$ i rejestruje v u TA
- TA generuje podpis cyfrowy $S(I_A, v)$ oraz wydaje Alicji certyfikat $C = (I_A, v, S(I_A, v))$ wiążący I_A z v
- Alicja wybiera liczbę losową $r < q$ i oblicza $x = b^r \pmod{p}$
- Alicja przesyła Bolkowi certyfikat C oraz liczbę x
- Bolek sprawdza klucz publiczny Alicji sprawdzając podpis TA na certyfikacie

- TA ustala tożsamość Alicji w konwencjonalny sposób i przydziela jej identyfikator I_A
- Alicja wybiera losowo tajną liczbę a oraz oblicza $v = b^a \pmod{p}$ i rejestruje v u TA
- TA generuje podpis cyfrowy $S(I_A, v)$ oraz wydaje Alicji certyfikat $C = (I_A, v, S(I_A, v))$ wiążący I_A z v
- Alicja wybiera liczbę losową $r < q$ i oblicza $x = b^r \pmod{p}$
- Alicja przesyła Bolkowi certyfikat C oraz liczbę x
- Bolek sprawdza klucz publiczny Alicji sprawdzając podpis TA na certyfikacie

- Bolek wybiera losowo liczbę k ($1 \leq k \leq 2^t$) i wysyła ją Alicji (challenge)
- Alicja sprawdza $1 \leq k \leq 2^t$ i wysyła Bolkowi $y = ak + r \pmod{q}$ (response)
- Bolek oblicza $z = b^y v^k \pmod{p}$ i jeśli $z = x$ uznaje, że tożsamość Alicji jest potwierdzona.

- Bolek wybiera losowo liczbę k ($1 \leq k \leq 2^t$) i wysyła ją Alicji (challenge)
- Alicja sprawdza $1 \leq k \leq 2^t$ i wysyła Bolkowi $y = ak + r \pmod{q}$ (response)
- Bolek oblicza $z = b^y v^k \pmod{p}$ i jeśli $z = x$ uznaje, że tożsamość Alicji jest potwierdzona.

- Bolek wybiera losowo liczbę k ($1 \leq k \leq 2^t$) i wysyła ją Alicji (challenge)
- Alicja sprawdza $1 \leq k \leq 2^t$ i wysyła Bolkowi $y = ak + r \pmod{q}$ (response)
- Bolek oblicza $z = b^y v^k \pmod{p}$ i jeśli $z = x$ uznaje, że tożsamość Alicji jest potwierdzona.