

ZBIGNIEW FICEK, RYSZARD TANAS, STANISLAW KIELICH

ANTYKORELACJA FOTONÓW I STANY ŚCIEŚNIONE POLA WE FLUORESCENCJI REZONANSOWEJ DWÓCH SKORELOWANYCH ATOMÓW

ANTIBUNCHING AND SQUEEZED STATES IN RESONANCE FLUORESCENCE OF TWO CORRELATED ATOMS

A quantum theory of resonance fluorescence from two correlated atoms is proposed, permitting the calculation of a one-time second order correlation function describing the effect of photon antibunching as well as the field operator variances defining squeezed states of the fluorescent light. The roles of collective damping and dipole-dipole interaction as well as the initial phase of the pumping field are analyzed in detail. The analytical solutions derived are represented graphically. The intimate relationship between the squeezed states of the fluorescent light and the quantal nature of the atoms is stressed.

1. WSTĘP

Problemy wytwarzania stanów kwantowych pola wykazujących antykorelację fotonów (antibunching) oraz ścieśnienie (squeezing) były w ostatnich latach przedmiotem intensywnych badań. Atrakcyjność tej problematyki tkwi w tym, że oba efekty nie mają odpowiednika w optyce klasycznej i ukazują w sposób jednoznaczny kwantową naturę światła.

Antykorelacja (antygrupowanie) fotonów jest charakteryzowana takim stanem kwantowym pola, w którym wariancja liczby fotonów n jest mniejsza od średniej liczby fotonów. Natomiast stany ścieśnione pola (squeezed states) są to takie stany, w których wariancja jednej z dwóch niekomutujących obserwabli jest mniejsza niż połowa bezwzględnej wartości ich komutatora.

Literatura na temat efektu antykorelacji jest już dość bogata i szczegółowe omówienie prac można znaleźć w artykułach przeglądowych /1-6/ czy też książkach /7/. Warto jednak tutaj przypomnieć, że kluczową sprawą dla wytworzenia stanów kwantowych pola o takich własnościach jest, oprócz skwantowania pola, nieliniowy charakter oddziaływania światła z ośrodkiem. W związku z tym wiele procesów optyki nieliniowej zostało przeanalizowanych z punktu widzenia możliwości wykorzystania ich jako źródeł światła o nieklasycznych własnościach: absorpcja wielofotonowa /8-11/, procesy parametryczne /12-15/, generacja harmonicznych /16-19/, rozpraszanie Ramana /20-23/ i Brillouina /24-27/, samoindukowana dwój-łomność optyczna /28 29/ oraz fluorescencja rezonansowa /30-43/.

W ostatnich latach zwrócono uwagę na interesujący fakt, że w niektórych procesach optyki nieliniowej można wytworzyć światło wykazujące nieklasyczną własność - ścieśnianie (squeezing). Teoretycznie pokazano, że ścieśnianie może wystąpić w takich optycznych procesach nieliniowych jak: wzmocnienie parametryczne /44, 45/, fluorescencja rezonansowa /46-

-49/, dwustabilność optyczna /50/, lasery na swobodnych elektronach /51/, model Jaynsa-Cummingsa /52/, generacja harmonicznych /53-55/, oscylator anharmoniczny /56/ oraz propagacja silnej wiązki światła w ośrodku nieliniowym /57/.

W zjawisku fluorescencji rezonansowej może wystąpić zarówno antykorelacja fotonów jak i ścieśnianie stanów pola. Antykorelacja fotonów we fluorescencji rezonansowej została teoretycznie przewidziana przez Carmichaela i Wallisa /30/ oraz Kimble'a i Mandela /31/. Fluorescencja rezonansowa jest też pierwszym, i jak dotąd jedynym, zjawiskiem, w którym eksperymentalnie stwierdzono efekt antykorelacji fotonów. Pierwszy eksperyment został przeprowadzony w grupie Mandela /32/, a następnie potwierdzony wynikami grupy Walthera /33/. Agarwal i in. /35/ pokazali, że oddziaływanie dwóch atomów prowadzi do znacznego zmniejszenia efektu antykorelacji w stosunku do przypadku jednoatomowego. Walls i Zoller /46/ oraz Mandel /47/ pokazali, że oprócz antykorelacji fotonów także ścieśnianie stanów pola może się pojawić w jednoatomowej fluorescencji rezonansowej.

Niniejsza praca dotyczy zjawiska fluorescencji rezonansowej dwóch skorelowanych (oddziałujących) atomów będących w rezonansie z zewnętrznym polem elektromagnetycznym. Jak pokażemy dalej, w tym przypadku antykorelacja fotonów i stany ścieśnione pola występują przy takich odległościach r_{12} między atomami, dla których odstrojenie od rezonansu (detuning) i oddziaływanie dipol-dipol znoszą się wzajemnie. Pokażemy również, że te nieklasyczne efekty zależą również od natężenia pola pompującego oraz przedyskutujemy wpływ fazy pola pompującego na stany ścieśnione.

2. FLUORESCENCJA REZONANSOWA DWÓCH SKORELOWANYCH ATOMÓW

Nasze rozważania przeprowadzimy dla modelu dwóch identycznych atomów dwupoziomowych znajdujących się w odległości r_{12} od siebie. Atomy te znajdują się w polu liniowo spolaryzowanej, koherentnej wiązki światła laserowego, którego częstość ω_L jest bliska częstości przejścia atomowego ω_0 . Zakładamy, że obydwa atomy znajdują się w polu o tej samej fazie. Wtedy częstość Rabi'ego opisująca oddziaływanie pojedynczego atomu z polem laserowym jest taka sama dla obu atomów. Wymaga to prostopadłej orientacji wektora \vec{r}_{12} do kierunku rozchodzenia się wiązki laserowej. Założenie to znacznie upraszcza obliczenia, może jednak nasuwać wątpliwości, czy sytuację taką da się zrealizować w praktyce, a więc czy wyniki uzyskane dla takiego modelu mają szansę na eksperymentalną weryfikację. Sytuację taką można by zrealizować napylając atomy na płytkę szklaną, którą umieszcza się prostopadle do kierunku rozchodzenia się wiązki /43/. Wydaje się jednak, że bardziej obiecująca jest możliwość umieszczenia pojedynczych atomów w pobliżu powierzchni metalowej. Model jednego atomu w pobliżu powierzchni metalowej jest równoważny rozważanemu przez nas

modelowi dwóch atomów /58/. Ponadto istnieją techniki eksperymentalne umieszczania atomów aktywnych w łańcuchach organicznych /59/, które pozwalają zmieniać odległość atomu od powierzchni. Pewne eksperymenty z emisją spontaniczną były już tą techniką przeprowadzone /60/. Istnieje więc realna szansa na eksperymentalną realizację takiego modelu.

Można pokazać, że w dalekiej strefie operator pola $\vec{E}(\vec{R}, t)$, dla układu dwóch atomów, dany jest wyrażeniem /61,62/:

$$\vec{E}^{(+)}(\vec{R}, t) = \vec{E}_0^{(+)}(\vec{R}, t) - k^2 \sum_{i=1}^2 \frac{[\hat{R} \times [\hat{R} \times \hat{\mu}_i]]}{R} S_i^-(t - \frac{R}{c}) e^{-ik \cdot \vec{R}_i} \quad (1)$$

gdzie $\vec{E}_0^{(+)}(\vec{R}, t)$ jest swobodnym polem elektrycznym, które może być przedstawione w postaci superpozycji fal płaskich:

$$\vec{E}_0^{(+)}(\vec{R}, t) = \sum_q \left(\frac{2\pi \hbar \omega_q}{V} \right)^{1/2} \vec{e}_q a_q(0) e^{i(\vec{k} \cdot \vec{R} - \omega_q t)} \quad (2)$$

gdzie V jest objętością kwantyzacji, \vec{e}_q jest jednostkowym wektorem polaryzacji ($\vec{k}_q \cdot \vec{e}_q = 0$) oraz a_q jest operatorem anihilacji fotonu w q -tym modzie. Druga część wzoru (1) opisuje pole rozproszone przez atomy w mod \vec{k} (fluorescencja rezonansowa). Pole fluorescencji jest proporcjonalne do operatorów atomowych $S_i^-(S_i^+)$, będących operatorami obniżania (podwyższania) energii i -tego atomu, spełniających reguły komutacji:

$$[S_i^+, S_j^-] = 2S_i^z \delta_{ij}, \quad [S_i^z, S_j^+] = \pm S_i^+ \delta_{ij} \quad (3)$$

W celu wyznaczenia własności statystycznych pola fluorescencji $E(\vec{R}, t)$ należy wyznaczyć odpowiednie funkcje korelacji, które zgodnie z (1) określone będą przez odpowiednie funkcje korelacji operatorów atomowych $S_i^{\pm}(t - \frac{R}{c})$. Aby obliczyć takie funkcje korelacji, trzeba znać równania ruchu dla operatorów atomowych. Dla pojedynczych atomów są to powszechnie stosowane optyczne równania Blocha /63/. Aby uwzględnić oddziaływania pomiędzy atomami, przyjmiemy równania stosowane przez Lehmberga /61/, które dla przypadku koherentnego pompowania atomów przez pole laserowe mają postać:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} S_i^- &= -\frac{1}{2}(1+i\Delta)S_i^- + \left[-i\beta + \frac{1}{2}(a+ib)S_j^-\right] (S_i^+S_i^- - S_i^-S_i^+) \\ \frac{d}{dt} S_i^+ &= -\frac{1}{2}(1-i\Delta)S_i^+ + \left[i\beta^* + \frac{1}{2}(a-ib)S_j^+\right] (S_i^+S_i^- - S_i^-S_i^+) \end{aligned} \quad (4)$$

gdzie wprowadziliśmy oznaczenia:

$$\tau = 2\tau_0 t, \quad \beta = \frac{\Omega e^{i\varphi}}{4\delta}, \quad a = \frac{\delta_{ij}}{\delta}, \quad b = \frac{\Omega_{ij}}{\delta}, \quad \Delta = \frac{\omega_0 - \omega}{\delta} \quad (5)$$

$\Omega e^{i\varphi}$ jest częstością Rabięgo /64/, φ fazą pola pompującego, oraz Δ odstrojeniem od rezonansu (detuning). Dwa parametry kolektywne, δ_{ij} (tłumienie) i Ω_{ij} (przesunięcie poziomów), opisują sprzężenie pomiędzy atomami wynikające z oddziaływania retardacyjnego i dane są wyrażeniami /61,62,65/:

$$\delta_{ij} = \frac{3}{2} \gamma \left\{ [1 - (\hat{\mu} \cdot \hat{r}_{ij})^2] \frac{\sin kr_{ij}}{kr_{ij}} + [1 - 3(\hat{\mu} \cdot \hat{r}_{ij})^2] \left[\frac{\cos kr_{ij}}{(kr_{ij})^2} - \frac{\sin kr_{ij}}{(kr_{ij})^3} \right] \right\} \quad (6)$$

$$\Omega_{ij} = \frac{3}{2} \gamma \left\{ - [1 - (\hat{\mu} \cdot \hat{r}_{ij})^2] \frac{\cos kr_{ij}}{kr_{ij}} + [1 - 3(\hat{\mu} \cdot \hat{r}_{ij})^2] \left[\frac{\sin kr_{ij}}{(kr_{ij})^2} + \frac{\cos kr_{ij}}{(kr_{ij})^3} \right] \right\} \quad (7)$$

gdzie $\hat{\mu}$ oraz \hat{r}_{ij} są odpowiednio wektorami jednostkowymi dla momentu dipolowego $\hat{\mu}$ oraz wektora $\vec{r}_{ij} = \vec{r}_j - \vec{r}_i$ łączącego atom i z atomem j . W równaniach (5-7) $2\gamma = \delta_{ii} = \delta_{jj} = (4\hat{\mu}^2 k^3 / 3\hbar)$ jest współczynnikiem Einsteina A dla emisji spontanicznej.

Dla dwóch atomów, układ równań (4) prowadzi do zamkniętego układu 15 liniowych równań różniczkowych pierwszego rzędu. Jak pokazano w pracy /42/, układ ten można przedstawić za pomocą dwóch niezależnych układów: 9 równań dla symetrycznych kombinacji operatorów S_{\pm}^{\dagger} oraz 6 równań dla antysymetrycznych kombinacji operatorów.

Oba te układy równań można zapisać w postaci macierzowej:

$$\frac{d\vec{X}}{d\tau} = \check{A}\vec{X} + \vec{\alpha}, \quad \frac{d\vec{Y}}{d\tau} = \check{B}\vec{Y} \quad (8)$$

gdzie \check{A} jest macierzą 9×9 postaci:

$$\check{A} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}(1+a)4\beta & 0 & 0 & a & 0 & \frac{1}{2}(\Delta+b)-b & 0 & 0 & 0 \\ -\beta & -1 & -a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\beta & -a & -1 & 0 & 2\beta & 4a & 0 & 0 & 0 \\ -\beta & 0 & 0 & -1 & 2\beta & 0 & 0 & 0 & \Delta \\ 0 & -2\beta & -2\beta & -2\beta & -\frac{1}{2}(3+a) & 8\beta & 0 & \frac{1}{2}(\Delta-b) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\beta & -2 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2}(\Delta+b) & 0 & 0 & 0 & b & 0 & -\frac{1}{2}(1+a)a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2}(\Delta-b) & 0 & 0 & -\frac{1}{2}(3+a) & -2\beta \\ 0 & 0 & 0 & -\Delta & 0 & 0 & -\beta & 2\beta & -1 \end{bmatrix} \quad (8a)$$

natomiast wektor \vec{X} ma składowe:

$$\begin{aligned}
 X_1 &= s_1^+ + s_2^+ + s_1^- + s_2^- \\
 X_2 &= s_1^+ s_1^- + s_2^+ s_2^- \\
 X_3 &= s_1^+ s_2^- + s_2^+ s_1^- \\
 X_4 &= s_1^+ s_2^+ + s_1^- s_2^- \\
 X_5 &= s_1^+ s_1^- s_2^- + s_1^+ s_2^+ s_1^- + s_2^+ s_1^- s_2^- + s_1^+ s_2^+ s_2^- \\
 X_6 &= s_1^+ s_2^+ s_1^- s_2^- \\
 X_7 &= -1(s_1^- + s_2^- - s_1^+ - s_2^+) \\
 X_8 &= -1(s_1^+ s_1^- s_2^- - s_1^+ s_2^+ s_1^- + s_2^+ s_1^- s_2^- - s_1^+ s_2^+ s_2^-) \\
 X_9 &= -1(s_1^- s_2^- - s_1^+ s_2^+)
 \end{aligned} \tag{8b}$$

oraz wektor $\vec{\alpha}$ ma różną od zera tylko jedną składową $\alpha_7 = -4\beta$.

Antysymetryczną kombinację operatorów opisuje macierz \mathbb{B} , która jest macierzą 6×6 postaci:

$$\mathbb{B} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}(1-a) & 4\beta & a & \frac{1}{2}(\Delta-b) & 0 & -b \\ -\beta & -1 & 0 & 0 & -b & 0 \\ 0 & -2\beta & -\frac{1}{2}(3-a) & 0 & 0 & \frac{1}{2}(\Delta+b) \\ -\frac{1}{2}(\Delta-b) & 0 & b & -\frac{1}{2}(1-a) & 0 & a \\ 0 & b & 0 & -\beta & -1 & -2\beta \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2}(\Delta+b) & 0 & 2\beta & -\frac{1}{2}(3-a) \end{bmatrix} \tag{8c}$$

zaś wektor \vec{Y} ma składowe:

$$\begin{aligned}
 Y_1 &= s_1^- - s_2^- + s_1^+ - s_2^+ \\
 Y_2 &= s_1^+ s_1^- - s_2^+ s_2^- \\
 Y_3 &= s_1^+ s_1^- s_2^- + s_1^+ s_2^+ s_1^- - s_2^+ s_1^- s_2^- - s_1^+ s_2^+ s_2^- \\
 Y_4 &= -1(s_1^- - s_2^- - s_1^+ + s_2^+) \\
 Y_5 &= -1(s_2^+ s_1^- - s_1^+ s_2^-) \\
 Y_6 &= -1(s_1^+ s_1^- s_2^- - s_1^+ s_2^+ s_1^- - s_2^+ s_2^- s_1^- + s_1^+ s_2^+ s_2^-)
 \end{aligned} \tag{8d}$$

Oba układy równań (8) są układami liniowych równań różniczkowych pierwszego rzędu, które przez zastosowanie transformaty Laplace'a można sprowadzić do układów prostych równań algebraicznych. W celu wyznaczenia szukanych funkcji korelacji musimy więc obliczyć odpowiednie wyznaczniki dziewiątego i szóstego rzędu.

W naszej pracy ograniczymy się jedynie do rozwiązań stacjonarnych. Z równań (8) wynika, że różne od zera rozwiązania stacjonarne ($\tau \rightarrow \infty$) ma wektor \vec{X} , podczas gdy rozwiązania stacjonarne dla wektora \vec{Y} są równe zero. Składowe wektora \vec{X} w stanie stacjonarnym mają postać:

$$\begin{aligned} \langle x_1 \rangle &= -8\beta \frac{[8\beta^2 + (1+a)(1+\Delta^2)]}{D} \\ \langle x_2 \rangle &= \frac{8\beta^2 [(1+\Delta^2) + 8\beta^2]}{D} \\ \langle x_3 \rangle &= \frac{8(1+\Delta^2)\beta^2}{D} \\ \langle x_4 \rangle &= \frac{8\beta^2 [(1+a) - \Delta(\Delta+b)]}{D} \\ \langle x_5 \rangle &= -\frac{32\beta^3}{D}, \quad \langle x_6 \rangle = \frac{16\beta^4}{D} \\ \langle x_7 \rangle &= 8\beta \frac{[8\Delta\beta^2 + (\Delta+b)(1+\Delta^2)]}{D} \\ \langle x_8 \rangle &= \frac{32\Delta\beta^3}{D} \\ \langle x_9 \rangle &= -8\beta^2 \frac{[\Delta(1+a) + (\Delta+b)]}{D} \end{aligned} \tag{9}$$

gdzie:

$$D = 64\beta^4 + 16(1+\Delta^2)\beta^2 + (1+\Delta^2)[(1+a)^2 + (\Delta+b)^2] \tag{9a}$$

Powyższe rozwiązania stacjonarne, które zawierają kolektywne tłumienie a , oddziaływanie typu dipol-dipol b pomiędzy atomami oraz odstrojenie Δ będą w dalszych rozważaniach wykorzystane do wyznaczenia efektu antykorelacji fotonów i stanów ścięśnionych dla dwóch oddziałujących atomów.

3. EFEKT ANTYKORELACJI FOTONÓW

W celu określenia efektu antykorelacji fotonów rozważmy unormowaną funkcję korelacji drugiego rzędu (stopień spójności drugiego rzędu):

$$g^{(2)}(\vec{R}_1, t; \vec{R}_2, t+t') = \frac{G^{(2)}(\vec{R}_1, t; \vec{R}_2, t+t')}{G^{(1)}(\vec{R}_1, t) G^{(1)}(\vec{R}_2, t+t')} \quad (10)$$

gdzie

$$G^{(2)}(\vec{R}_1, t; \vec{R}_2, t+t') = \langle E^{(-)}(\vec{R}_1, t) E^{(-)}(\vec{R}_2, t+t') E^{(+)}(\vec{R}_2, t+t') E^{(+)}(\vec{R}_1, t) \rangle$$

$$G^{(1)}(\vec{R}, t) = \langle E^{(-)}(\vec{R}, t) E^{(+)}(\vec{R}, t) \rangle \quad (11)$$

Fotony wykazują antykorelację, gdy

$$g^{(2)}(\vec{R}_1, t; \vec{R}_2, t+t') < 1 \quad (12)$$

Korzystając z równania (1) możemy funkcje korelacji (11) dla światła fluorescencyjnego wyrazić za pomocą funkcji korelacji dla operatorów atomowych:

$$G^{(2)}(\vec{R}_1, t; \vec{R}_2, t+t') = \psi^2(\vec{R}_1) \psi^2(\vec{R}_2) \sum_{ijkl=1}^2 \langle S_i^+(t) S_j^+(t+t') S_k^-(t+t') S_l^-(t) \rangle \quad (13)$$

$$\times \exp [ik(\vec{r}_{i1} \cdot \hat{R}_1 + \vec{r}_{k2} \cdot \hat{R}_2)]$$

$$G^{(1)}(\vec{R}, t) = \psi^2(\vec{R}) \sum_{ij=1}^2 \langle S_i^+(t) S_j^-(t) \rangle \exp(ik\vec{r}_{ij} \cdot \hat{R}) \quad (14)$$

gdzie $\psi^2(\vec{R}) = (3\hbar k \gamma / 2R^2) \sin^2 \theta$ oraz θ jest kątem pomiędzy wektorem \vec{R} a wektorem momentu dipolowego $\vec{\mu}$.

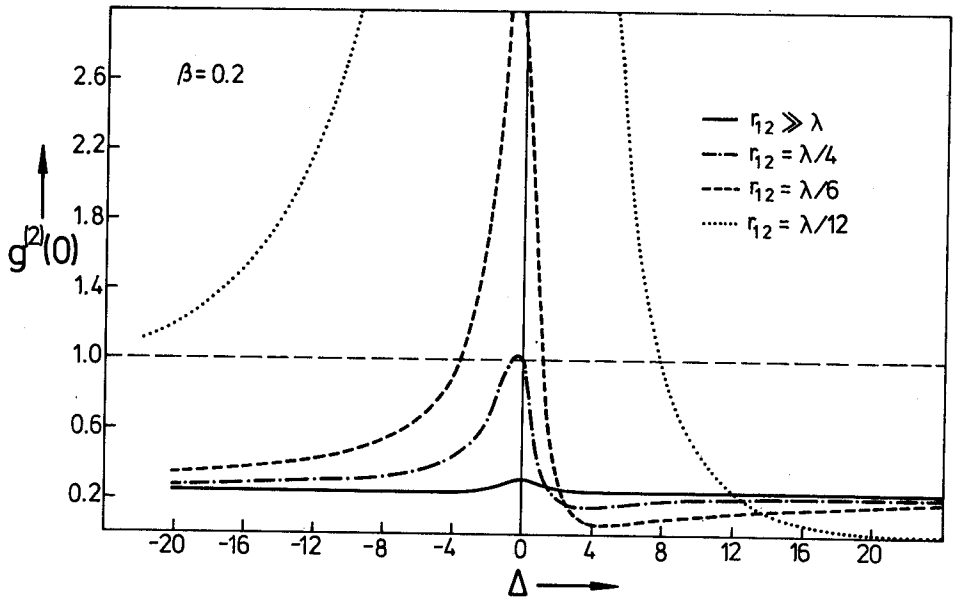
W dalszych obliczeniach ograniczymy się do układu dwóch oddziałujących atomów i wyznaczmy dla takiego układu jednoczasową (tzn. dla $t'=0$) unormowaną funkcję korelacji drugiego rzędu.

Podstawiając rozwiązania (9) dla operatorów atomowych do wzorów (13) i (14) i korzystając z (10), otrzymamy wyrażenie:

$$g^{(2)}(0) = \lim_{t \rightarrow \infty} g^{(2)}(\vec{R}_1, t; \vec{R}_2, t) \quad (15)$$

$$= \frac{\{32\beta^4 + 8(1+\Delta^2)\beta^2 + \frac{1}{2}(1+\Delta^2)[(1+a)^2 + (\Delta+b)^2]\} [1 + \cos k\vec{r}_{12} \cdot (\hat{R}_1 - \hat{R}_2)]}{\{8\beta^2 + (1+\Delta^2)[1 + \cos(k\vec{r}_{12} \cdot \hat{R}_1)]\} \{8\beta^2 + (1+\Delta^2)[1 + \cos(k\vec{r}_{12} \cdot \hat{R}_2)]\}}$$

które określa jednoczasową funkcję korelacji drugiego rzędu dla fluorescencji rezonansowej dwóch skorelowanych atomów. Wyrażenie (15) jest słuszne dla każdej wartości natężenia pola pompującego (określonego przez

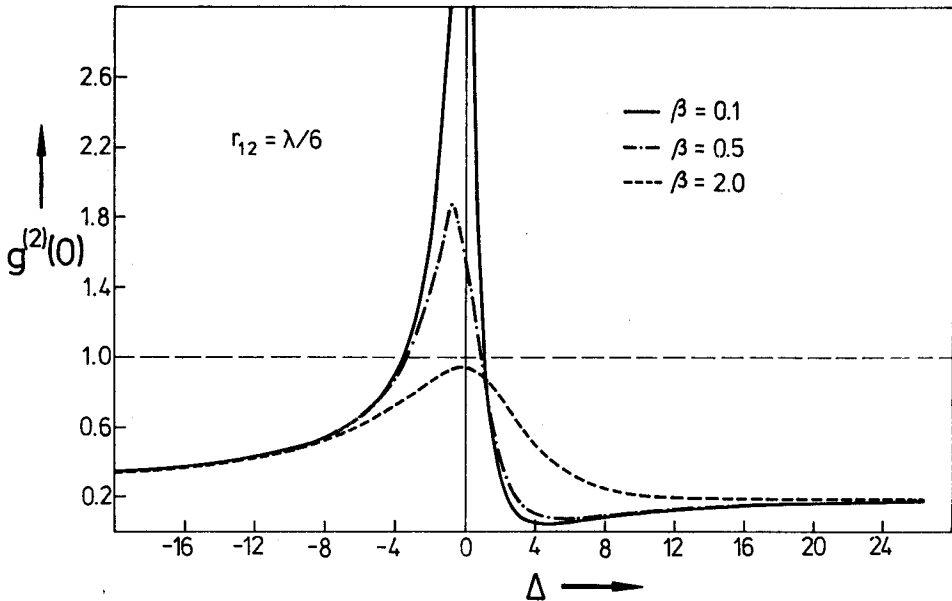


Rys.1. Funkcja $g^{(2)}(\Delta)$ dla $\hat{R}_1 = \hat{R}_2 \perp \hat{r}_{12}$, $\beta = 0,2$ i różnych odległości r_{12} między atomami

Fig.1. Intensity correlation function $g^{(2)}(\Delta)$ for $\hat{R}_1 = \hat{R}_2 \perp \hat{r}_{12}$, $\beta = 0.2$ and for different interatomic separations r_{12}

częstość Rabiego Ω), odstrojenia od rezonansu Δ , odległości r_{12} między atomami oraz różnych kierunków obserwacji. Może być ono interpretowane jako prawdopodobieństwo równoczesnej rejestracji dwóch fotonów przez dwa fotodetektory umieszczone w punktach wyznaczonych przez wektory \hat{R}_1 i \hat{R}_2 . Na rysunkach 1 i 2 przedstawione jest wyrażenie (15) w funkcji odstrojenia od rezonansu Δ dla $\hat{r}_{12} \perp \hat{R}$ ($\hat{R} = \hat{R}_1 = \hat{R}_2$), różnych odległości r_{12} między atomami oraz różnych natężeń pola pompującego β . Jak widać, funkcja korelacji $g^{(2)}(0)$ silnie zależy od odstrojenia Δ i możemy otrzymać w takim układzie pełny efekt antykorelacji fotonów (tzn. $g^{(2)}(0)=0$) dla pewnych wartości Δ . Warunek ten spełniony jest dla tych wartości Δ dla których $\Delta = -b$, tzn. kiedy oddziaływanie dipol-dipol między atomami i odstrojenie znoszą się nawzajem oraz gdy pole pompujące β nie jest zbyt silne. Takie zachowanie się naszego układu dwóch skorelowanych atomów (identyczne jak pojedynczego atomu dwupoziomowego) spowodowane jest tym, że dla pewnego odstrojenia Δ , częstością laserową ω_L dopasowujemy się do określonej pary poziomów energetycznych układu dwóch atomów i układ taki zachowuje się wtedy jak pojedynczy atom dwupoziomowy.

Łatwo zauważyć (15), że można otrzymać pełny efekt antykorelacji $g^{(2)}(0)=0$ w przypadku gdy funkcję korelacji $g^{(2)}(0)$ będziemy mierzyć za pomocą dwóch fotodetektorów znajdujących się w miejscach określonych wa-



Rys.2. Funkcja $g^{(2)}(\Delta)$ dla $\hat{R}_1 = \hat{R}_2 \perp \hat{r}_{12}$, $r_{12} = \lambda/6$ i różnych natężeniach β pola pompującego.

Fig.2. Intensity correlation function $g^{(2)}(\Delta)$ for $\hat{R}_1 = \hat{R}_2 \perp \hat{r}_{12}$, $r_{12} = \lambda/6$ and for different field strengths β .

runkiem:

$$\vec{k}r_{12} \cdot (\hat{R}_1 - \hat{R}_2) = \pi(2n+1), \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (16)$$

W tym przypadku mamy pełny efekt antykorelacji fotonów wywołany czynnikiem interferencyjnym. Efekt ten był dyskutowany ostatnio przez Wieganda /66/ i Mandela /67/.

4. STANY ŚCIEŚNIONE POLA W ZJAWISKU FLUORESCENCJI REZONANSOWEJ

Rozwiązania stacjonarne (9) dla fluorescencji rezonansowej dwóch skorelowanych atomów wykorzystamy teraz do przedyskutowania problemu generacji stanów ścięśnionych w rozpraszaniu światła koherentnego (laserowego) przez dwa skorelowane atomy.

W kwantowym opisie pola elektromagnetycznego wektory pola E i B należy traktować jako operatory w przestrzeni Hilberta i można przedstawić je w postaci fal płaskich. Ponieważ detektory reagują na pole elektryczne, przeto ograniczymy nasze dalsze rozważania tylko do wektora pola elektrycznego, które w postaci fal płaskich ma postać /68, 69/:

$$\mathbf{E}(\vec{R}, t) = \mathbf{E}^{(+)}(\vec{R}, t) + \mathbf{E}^{(-)}(\vec{R}, t) \quad (17)$$

gdzie

$$\vec{E}^{(+)}(\vec{R}, t) = \sum_q \left(\frac{2\pi\hbar\omega_q}{V} \right)^{1/2} \vec{e}_q a_q(0) e^{i(\vec{k}\cdot\vec{R} - \omega_q t)} \quad (17a)$$

(oznaczenia jak w (2)). Operatory $\mathbf{E}^{(-)}(\vec{R}, t)$ i $\mathbf{E}^{(+)}(\vec{R}, t)$ są ze sobą sprzężone hermitowsko (krzyżyk)

$$\mathbf{E}^{(-)}(\vec{R}, t) = [\mathbf{E}^{(+)}(\vec{R}, t)]^\dagger \quad (18)$$

oraz spełniają regułę komutacji:

$$[\mathbf{E}^{(+)}, \mathbf{E}^{(-)}] = C \quad (18a)$$

gdzie C jest dodatnią c liczbą. Wprowadźmy hermitowskie operatory (observable):

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{E}^{(+)} + \mathbf{E}^{(-)}, \quad \mathbf{E}_2 = -i(\mathbf{E}^{(+)} - \mathbf{E}^{(-)}) \quad (19)$$

które zgodnie z (18a) spełniają regułę komutacji:

$$[\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2] = 2iC \quad (19a)$$

których wariancje możemy zapisać w postaci:

$$\begin{aligned} \langle (\Delta \mathbf{E}_1)^2 \rangle &= C + \langle :(\Delta \mathbf{E}_1)^2: \rangle \\ \langle (\Delta \mathbf{E}_2)^2 \rangle &= C + \langle :(\Delta \mathbf{E}_2)^2: \rangle \end{aligned} \quad (19b)$$

gdzie dwukropki oznaczają normalne uporządkowanie operatorów.

Mówimy, że pole elektromagnetyczne wykazuje ścieśnienie, gdy $\langle (\Delta \mathbf{E}_1)^2 \rangle$ lub $\langle (\Delta \mathbf{E}_2)^2 \rangle$ jest mniejsze niż $C/70, 46, 47/$, co zgodnie z (19b) oznacza, że dla stanów ścieśnionych $\langle :(\Delta \mathbf{E}_1)^2: \rangle$ lub $\langle :(\Delta \mathbf{E}_2)^2: \rangle$ jest ujemne.

Korzystając z (1) możemy napisać, że dla światła rozproszonego (fluorescencji):

$$\begin{aligned} \langle :(\Delta \mathbf{E}_1)^2: \rangle &= \psi^2(\vec{R}) \left[\langle (\Delta R_1)^2 \rangle + \frac{1}{2} \langle R_3 \rangle \right] \\ \langle :(\Delta \mathbf{E}_2)^2: \rangle &= \psi^2(\vec{R}) \left[\langle (\Delta R_2)^2 \rangle + \frac{1}{2} \langle R_3 \rangle \right] \end{aligned} \quad (20)$$

gdzie R_1, R_2, R_3 są operatorami hermitowskimi

$$R_1 = \frac{1}{2}(S^+ + S^-), \quad R_2 = \frac{1}{2i}(S^+ - S^-), \quad R_3 = \frac{1}{2}[S^+, S^-] \quad (21)$$

spełniającymi regułę komutacji

$$[R_1, R_2] = i R_3 \quad (21a)$$

przy czym $S^\pm = \sum_1 S_1^\pm e^{\pm i\vec{k} \cdot \vec{r}_1}$. Ponieważ w stanie stacjonarnym $\langle R_3 \rangle < 0$, więc $\langle R_3 \rangle = -|\langle R_3 \rangle|$ i wtedy

$$\langle :(\Delta E_{1,2})^2: \rangle = \psi^2(\hat{R}) \left[\langle (\Delta R_{1,2})^2 \rangle - \frac{1}{2} |\langle R_3 \rangle| \right] \quad (22)$$

Na podstawie (20) możemy powiedzieć, że fluorescencja rezonansowa wykazuje ściśnienie gdy $\langle (\Delta R_1)^2 \rangle < \frac{1}{2} |\langle R_3 \rangle|$ lub $\langle (\Delta R_2)^2 \rangle < \frac{1}{2} |\langle R_3 \rangle|$.

Korzystając z rozwiązań (9) otrzymujemy, że dla fluorescencji rezonansowej dwóch skorelowanych atomów

$$\begin{aligned} F_{1,2} &= \langle (\Delta R_{1,2})^2 \rangle - \frac{1}{2} |\langle R_3 \rangle| \\ &= 32 \beta^4 \frac{L_1}{D^2} \pm 4 \beta^2 \frac{L_2}{D^2} \cos 2\varphi \pm 4 \beta^2 \frac{L_3}{D^2} \sin 2\varphi \end{aligned} \quad (23)$$

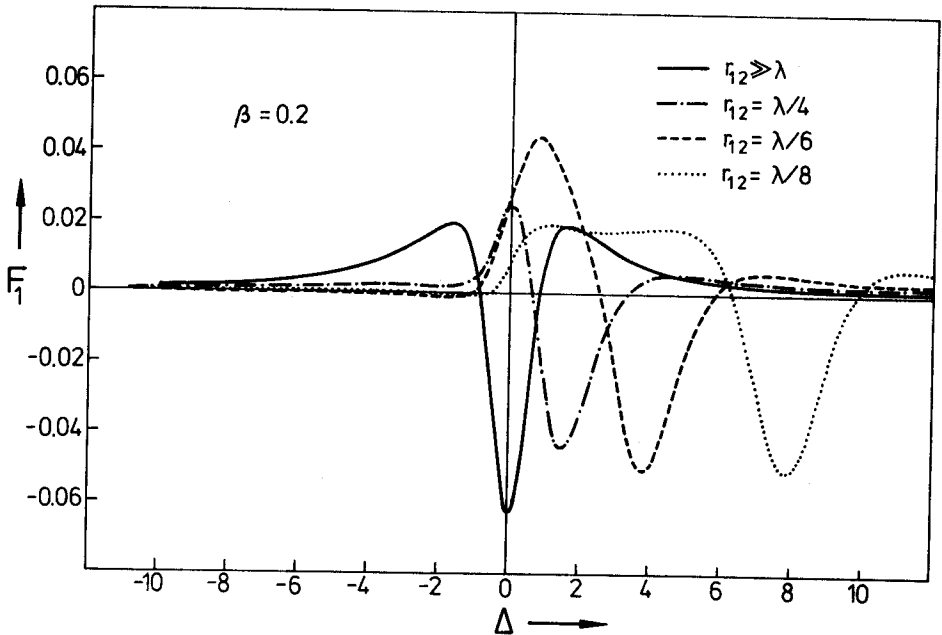
gdzie

$$\begin{aligned} L_1 &= 64 \beta^4 + 16(1 + \Delta^2) \beta^2 + (1 + \Delta^2)(1 + a^2 + \Delta^2 + b^2) \\ &\quad - 2(1 + \Delta^2)(a + \Delta b) \cos(\vec{k}\vec{r}_{12} \cdot \hat{R}) \end{aligned} \quad (23a)$$

$$\begin{aligned} L_2 &= 64(a - \Delta b) \beta^4 + (1 + \Delta^2) \left\{ [(\Delta + b)^2 - (1 + a)^2] (1 + \Delta^2) \right. \\ &\quad \left. + [(1 + a)^2 + (\Delta + b)^2] [(1 + a) - \Delta(\Delta + b)] \right\} \\ &\quad - \left\{ 64(1 - \Delta^2) \beta^4 + 16(1 + \Delta^2) [(1 + a) - \Delta(\Delta + b)] \beta^2 \right. \\ &\quad \left. + (1 + \Delta^2)^2 [(1 + a)^2 - (\Delta + b)^2] \right\} \cos(\vec{k}\vec{r}_{12} \cdot \hat{R}) \end{aligned} \quad (23b)$$

$$\begin{aligned} L_3 &= -64 [\Delta(a - 1) + (\Delta + b)] \beta^4 \\ &\quad - (1 + \Delta^2) \left\{ [(1 + a)^2 + (\Delta + b)^2] [\Delta(1 + a) + (\Delta + b)] \right. \\ &\quad \left. - 2(1 + \Delta^2)(1 + a)(\Delta + b) \right\} \\ &\quad + 2 [8\Delta\beta^2 + (\Delta + b)(1 + \Delta^2)] [8\beta^2 + (1 + a)(1 + \Delta^2)] \cos(\vec{k}\vec{r}_{12} \cdot \hat{R}), \end{aligned} \quad (23c)$$

gdzie D dane jest przez (9a) zaś φ jest fazą początkową pola pompującego. Równanie (23) jest ścisłym analitycznym wyrażeniem określającym

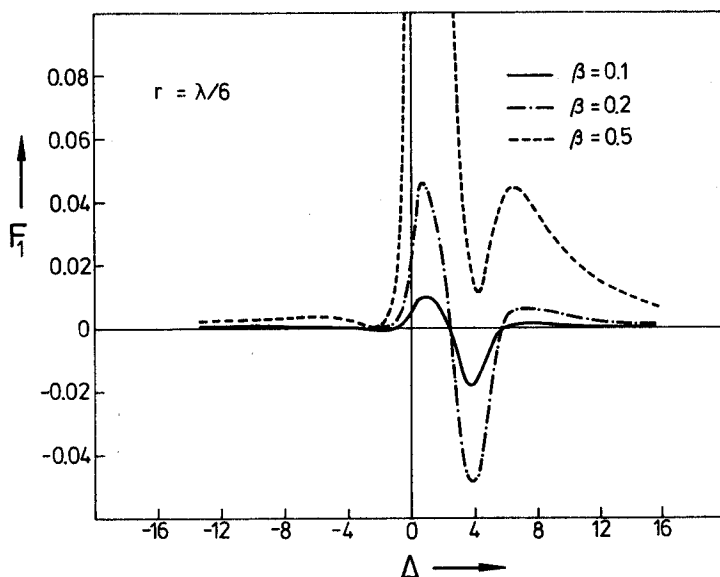


Rys.3. Zależność fluktuacji F_1 pola fluorescencji rezonansowej od odstrojenia Δ dla $\hat{R} \perp \hat{r}_{12}$, $\hat{a} \parallel \hat{r}_{12}$, $\beta = 0,2$ i różnych odległości r_{12}

Fig.3. F_1 vs. Δ for $\hat{R} \perp \hat{r}_{12}$, $\hat{a} \parallel \hat{r}_{12}$, the field strength $\beta=0.2$ and for various interatomic separations r_{12}

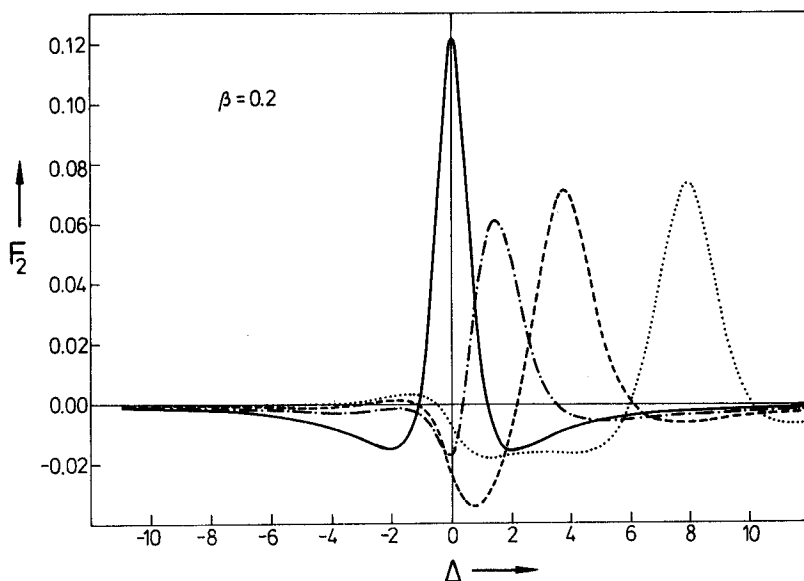
fluktuacje pola fluorescencji rezonansowej dwóch skorelowanych atomów i jest uogólnieniem otrzymanego poprzednio wyniku /48/. W szczególności dla $\varphi = 0$ i w przypadku nieoddziałujących atomów ($a=b=0$), (23) redukuje się (pomijając czynnik 2, który występuje dlatego, że mamy dwa atomy) do znanych wyników Wallisa i Zollera /46/ dla fluorescencji rezonansowej pojedynczego atomu.

Wyrażenie (23) przedstawione jest graficznie na rys. 3-6 w funkcji odstrojenia od rezonansu Δ dla $\vec{r}_{12} \perp \vec{R}$, $\varphi = 0$, różnych odległości między atomami i różnych natężeń β pola pompującego. Jak widać z wykresów, ścieśnienie w F_1 , które dla niezależnych atomów ma maksymalną wartość dla $\Delta = 0$, dla oddziałujących atomów przesuwają się do obszaru $\Delta \neq 0$. Należy podkreślić, że analogicznie jak funkcja korelacji $g^{(2)}(0)$, funkcja F_1 osiąga minimalną wartość (minimum F_1 oznacza maksimum ścieśnienia) dla tych wartości Δ , dla których $\Delta = -b$, tzn. odstrojenie od rezonansu i oddziaływanie dipol-dipol znoszą się wzajemnie. Ponadto dla oddziałujących atomów zawsze otrzymujemy w F_1 ścieśnienie mniejsze niż dla nieoddziałujących atomów. Odwrotną sytuację mamy dla F_2 , która jest prawie lustrzanym odbiciem F_1 . Jak widać z rys. 5 i 6 dla oddziałujących atomów możemy dla F_2 otrzymać większe ścieśnienie niż dla nieoddziałujących ato-



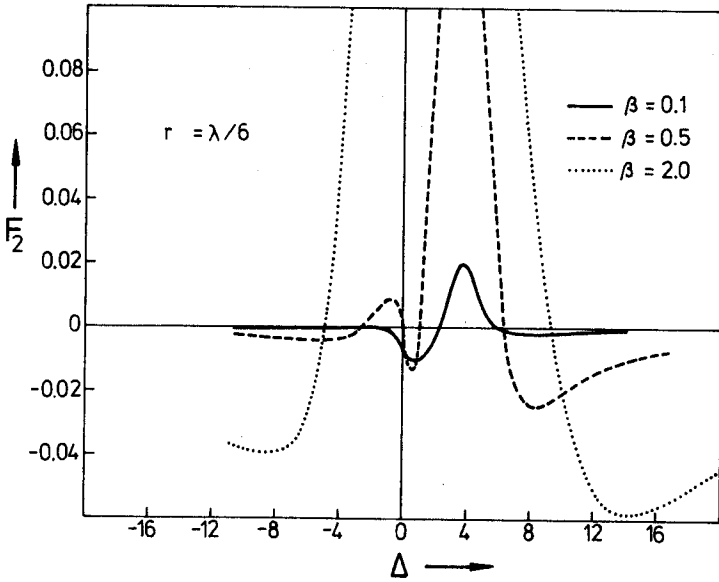
Rys.4. Zależność fluktuacji F_1 pola fluorescencji rezonansowej od odstrojenia Δ dla $\hat{R} \perp \hat{r}_{12}$, $\hat{\mu} \parallel \hat{r}_{12}$, $r_{12} = \lambda/6$ i różnych wartości β

Fig.4. F_1 vs. Δ for $\hat{R} \perp \hat{r}_{12}$, $\hat{\mu} \parallel \hat{r}_{12}$, the interatomic separation $r_{12} = \lambda/6$, and for different field strengths β



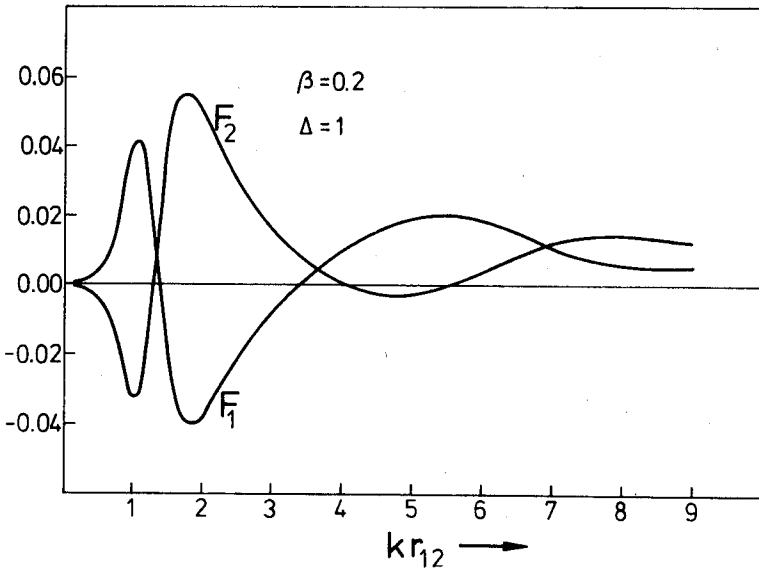
Rys.5. Zależność fluktuacji F_2 pola fluorescencji rezonansowej od odstrojenia Δ dla $\hat{R} \perp \hat{r}_{12}$, $\hat{\mu} \parallel \hat{r}_{12}$, $\beta = 0,2$ i różnych odległości r_{12}

Fig.5. F_2 vs. Δ for $\hat{R} \perp \hat{r}_{12}$, $\hat{\mu} \parallel \hat{r}_{12}$, the field strength $\beta = 0.2$ and for various interatomic separations r_{12}



Rys.6. Zależność fluktuacji F_2 pola fluorescencji rezonansowej od odstrojenia Δ dla $\hat{R}_1 \hat{R}_{12}$, $\hat{A}_1 \hat{A}_{12}$, $r_{12} = \lambda/6$ i różnych wartości β

Fig.6. F_2 vs. Δ for $\hat{R}_1 \hat{R}_{12}$, $\hat{A}_1 \hat{A}_{12}$, the interatomic separation $r_{12} = \lambda/6$, and for different field strengths β

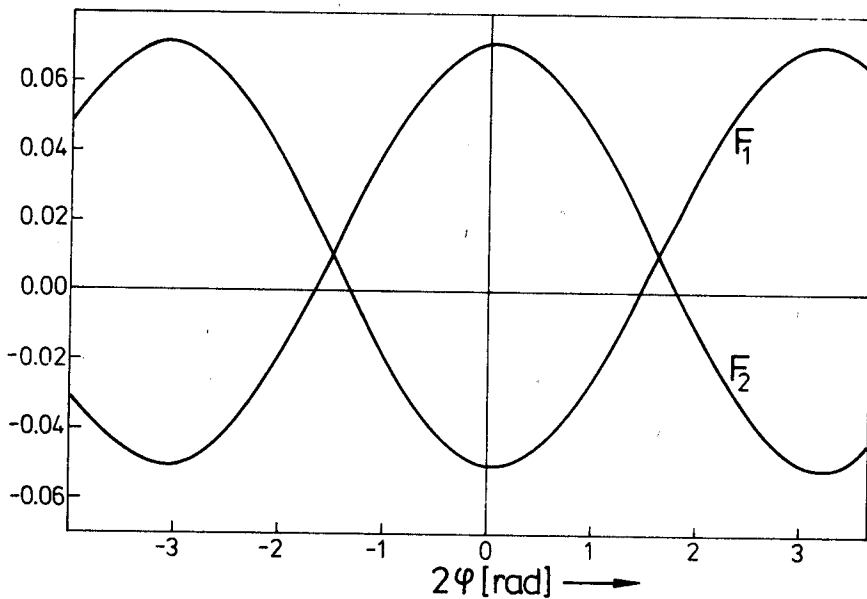


Rys.7. Wpływ fazy początkowej φ pola pompującego na minimum (maksimum) F_1 (F_2) dla $\beta = 0.2$, $\Delta = 3.8$ i $r_{12} = \lambda/6$

Fig.7. Influence of the initial phase φ on the minimum (maximum) of F_1 (F_2) for $\beta = 0.2$, $\Delta = 3.8$ and $r_{12} = \lambda/6$

mów. Również w tym przypadku oddziaływanie dipol-dipol przesuwca ścieśnienie do obszaru skończonego.

Na rys. 7 przedstawiony jest wpływ fazy φ pola pompującego na minimalną wartość F_1 (maksymalną wartość F_2) dla $\beta = 0,2$ i $r_{12} = \lambda/6$. Widzimy, że zmiana fazy początkowej pola pompującego przerzuca fluktuacje z F_1 do F_2 i odwrotnie. Na rys. 8 pokazano, że przerzucanie fluktuacji



Rys.8. Zależność F_1 i F_2 od odległości r_{12} między atomami dla $\beta = 0,2$ i $\Delta = 1$

Fig.8. F_1 and F_2 vs. the interatomic separation, for $\beta = 0.2$ and $\Delta = 1$

z jednej składowej pola fluorescencji do drugiej może również mieć miejsce przy zmianie odległości r_{12} między atomami. Należy zaznaczyć, że dla niezbyt silnego pola pompującego ($\beta < 1$) i dla bardzo małych odległości między atomami ($|b| \rightarrow \infty$) F_1 i F_2 dążą do zera.

5. PODSUMOWANIE

Celem niniejszej pracy było pokazanie wpływu oddziaływań na efekt antykorelacji i stany ścieśnione we fluorescencji rezonansowej dwóch skorelowanych (oddziaływujących) atomów. Przy założeniu, że atomy pompowane są światłem koherentnym (laserowym) otrzymano rozwiązanie stacjonarne dla funkcji korelacji światła rozproszonego (fluorescencji rezonansowej). Rozwiązania te wykorzystano do obliczenia funkcji korelacji drugiego rzędu oraz funkcji określającej fluktuacje pola. Pokazano, że

dla dwóch oddziałujących atomów można otrzymać pełny efekt antykorelacji fotonów ($g^{(2)}=0$). Ma to miejsce przy takich odległościach r_{12} między atomami, dla których odstrojenie od rezonansu Δ i oddziaływanie dipol-dipol znoszą się wzajemnie. Ponadto pełny efekt antykorelacji fotonów możemy otrzymać dla pewnych konfiguracji dwóch fotodetektorów, niezależnie od odstrojenia Δ i oddziaływań między atomami.

Pokazano również, że fluorescencja rezonansowa takiego układu wykazuje ścieśnienie (squeezeing) i analogicznie jak funkcja korelacji drugiego rzędu, osiąga maksymalne wartości w tych punktach, w których odstrojenie Δ i oddziaływanie dipol-dipol znoszą się wzajemnie. Wartości maksymalne ścieśnienia są jednak w tym przypadku mniejsze od maksymalnej wartości ścieśnienia dla nieoddziałujących atomów. Własności ścieśnienia zostały dokładnie omówione w rozdz. 4 i przedstawione na rys. 4-8. W tym miejscu chcielibyśmy zwrócić uwagę na pewne własności ścieśnienia związane z kwantowym charakterem atomu. Własności stanów ścieśnionych dyskutowaliśmy korzystając z (22), skąd wynika, że ścieśnienie dla operatorów pola można w przypadku fluorescencji rezonansowej opisać za pomocą operatorów atomu. Jednak, jak widać z (20), ma to miejsce tylko wówczas gdy $\langle R_3 \rangle < 0$. Natomiast dla fluorescencji rezonansowej zależnej od czasu, jak zostało pokazane w /73/, $\langle R_3 \rangle$ może być dodatnie. Oznacza to, że gdy $\langle R_3 \rangle > 0$ to dla zmiennych atomowych mamy ścieśnienie, a fluktuacje dla normalnie uporządkowanych operatorów pola E_1 i E_2 są dodatnie. W tym przypadku P-reprezentacja Glaubera-Sudarshana /71,72/ jest dodatnia, czyli mamy do czynienia z polem, które może mieć charakter klasyczny, mimo że odpowiednie zmienne atomowe wykazują ścieśnienie.

LITERATURA

1. D.F.Walls, Nature 280, 451 (1979).
2. R.Loudon, Rep. Progress Phys. 43, 913 (1980).
3. M.Schubert, B.Wilhelmi, Progress in Optics 17, 163 (1980).
4. J.Peřina, Progress in Optics 18, 127 (1980).
5. M.Kozierowski, Kwantowaja Elektronika (Moskwa) 8, 1157 (1981), Sov. J. Quantum Electron. 11, 695 (1981).
6. H.Paul, Rev. Mod. Phys. 54, 1061 (1982).
7. S.Kielich, Molekularnaja Nieliniejnaja Optika, Izd. Nauka, Moskwa, 1981.
8. H.Voigt, A.Bandilla, H.H.Ritze, Z. Phys. B36, 295 (1980).
9. W.Třnzler, F.J.Schřtte, Optics Comm. 37, 447 (1981).
10. S.Carusotto, Optica Acta 27, 1567 (1980).
11. G.P.Hildred, Optica Acta 27, 1621 (1980).
12. R.Neuman, H.Haug, Optics Comm. 31, 267 (1979).
13. H.Paul, W.Brunner, Optica Acta 27, 263 (1980); Ann. Physik 38, 89 (1981).
14. V.Peřinova, Optica Acta 28, 747 (1981).
15. V.Peřinova, J.Peřina, Optica Acta 28, 769 (1981).
16. M.Kozierowski, R.Tanař, Optics Comm. 21, 229 (1977).

17. J. Mostowski, K. Rzażewski, Phys. Lett. A66, 275 (1978).
18. S. Kielich, M. Kozierowski, R. Tanaś, Coherence and Quantum Optics IV, eds. L. Mandel, E. Wolf, Plenum, New York, 1978, p. 511.
19. P. D. Drummond, K. J. Mc Neil, D. F. Walls, Optica Acta 27, 321 (1980); 28, 211 (1981).
20. P. Szlachetka, S. Kielich, J. Peřina, V. Peřinova, J. Phys. A12, 1921 (1979); Optica Acta 27, 1609 (1980).
21. G. S. Agarwal, S. S. Jha, Z. Physik B35, 391 (1979).
22. J. Peřina, Optica Acta 28, 325, 1429 (1981).
23. F. G. dos Reis, M. P. Sharma, Optics Comm. 41, 341 (1982).
24. A. Piečonkova, J. Peřina, Czech. J. Phys. B31, 341 (1981).
25. A. Piečonkova, Optica Acta 29, 1509 (1982).
26. M. Singh, S. K. Srinivasan, Optica Acta 28, 1619 (1981).
27. K. Germey, F. J. Schfftte, R. Tiebel, Ann. Physik 38, 80 (1981).
28. R. Tanaś, S. Kielich, Opt. Comm. 30, 443 (1979).
29. H. H. Ritze, Z. Physik B39, 353 (1980).
30. H. J. Carmichael, D. F. Walls, J. Phys. B9, 1199 (1976).
31. H. J. Kimble, L. Mandel, Phys. Rev. A13, 2123 (1976).
32. H. J. Kimble, M. Dagenais, L. Mandel, Phys. Rev. Lett. 39, 691 (1977).
33. J. D. Cresser, J. Hęger, G. Leuchs, H. Rateika, H. Walther, Topics in Current Phys. Vol 27, Springer, Berlin, 1981.
34. C. Cohen-Tannudji, S. Reynand, J. Phys. B10, 345 (1977).
35. G. S. Agarwal, A. C. Brown, L. M. Narducci, G. Vetri, Phys. Rev. A15, 1613 (1977).
36. E. Jakeman, E. R. Pike, P. M. Pusey, J. M. Vaughan, J. Phys. A10, L257' (1977).
37. H. J. Kimble, M. Dagenais, L. Mandel, Phys. Rev. A18, 201 (1978).
38. H. J. Carmichael, P. D. Drummond, P. Meystre, D. F. Walls, J. Phys. A11, L121 (1978).
39. H. Steudel, Th. Richter, Ann. Physik 35, 122 (1978).
40. H. J. Carmichael, P. D. Drummond, D. F. Walls, P. Meystre, Optica Acta 27, 581 (1980).
41. M. Wiegand, Optics Comm. 36, 297 (1981).
42. Z. Ficek, R. Tanaś, S. Kielich, Proc. Int. Conf. LASERS-80, ed. C. B. Collins, STS Press, McLean, Virginia, 1981, p. 800; Optica Acta 30, 713 (1983).
43. Th. Richter, Optica Acta 29, 265 (1982); 30, 1769 (1983).
44. D. Stoler, Phys. Rev. Lett. 32, 1397 (1974).
45. G. Milburn, D. F. Walls, Optics Comm. 39, 401 (1981); Phys. Rev. A27, 392 (1982).
46. D. F. Walls, P. Zoller, Phys. Rev. Lett. 47, 709 (1981).
47. L. Mandel, Phys. Rev. Lett. 49, 136 (1982).
48. Z. Ficek, R. Tanaś, S. Kielich, Optics Comm. 46, 23 (1983), Phys. Rev. A29 2004 (1984).
49. R. Tanaś, Z. Ficek, S. Kielich, Coherence and Quantum Optics V, eds. L. Mandel, E. Wolf, Plenum, New York, 621 (1984).
50. L. A. Lugiato, G. Strini, Optics Comm. 41, 67, 373, 447 (1982).
51. W. Becker, M. O. Scully, M. S. Zubairy, Phys. Rev. Lett. 48, 475 (1982).
52. P. Meystre, M. S. Zubairy, Phys. Lett. A89, 390 (1982).
53. L. Mandel, Optics Comm. 42, 437 (1982).
54. M. Kozierowski, S. Kielich, Phys. Lett. A94, 213 (1983).

55. M.Kozierowski, S.Kielich, R.Tanaś, Coherence and Quantum Optics V, eds. L.Mandel, E.Wolf, Plenum Press, New York 71 (1984).
56. R.Tanaś, Coherence and Quantum Optics V, eds, L.Mandel, E.Wolf, Plenum Press, New York, 645 (1984).
57. R.Tanaś, S.Kielich, Optics Comm. 45, 351 (1983); Optica Acta 31, (1984).
58. H.Morawitz, Phys. Rev. 187, 1792 (1969).
59. K.H.Drexhage, Progress in Optics 12, 165 (1974).
60. H.Kuhn, J. Chem. Phys. 53, 101 (1970).
61. R.H.Lehmberg, Phys. Rev. A2, 883 (1970).
62. G.S.Agarwal, Springer Tracts in Modern Physics, Vol.70, Springer, Berlin, 1974.
63. L.Allen, J.H.Eberly, Optical Resonance and Two Level Atoms, Wiley, New York, 1975.
64. I.U.Rabi, Phys. Rev. 51, 652 (1937).
65. M.J.Stephen, J. Chem. Phys. 40, 669 (1964).
66. M.Wiegand, Optics Comm. 36, 297 (1981); J.Phys. B; Atomic and Molec. Phys. 16; 1133 (1983).
67. L.Mandel, Phys. Rev. A28, 929 (1983).
68. P.A.M.Dirac, The Principle of Quantum Mechanics, Oxford, 1978.
69. I.Białynicki-Birula Z.Białynicka-Birula, Elektrodynamika kwantowa, PWN, Warszawa, 1974.
70. D.Stoler, Phys. Rev. D1, 3217 (1970).
71. E.C.G.Sudarshan, Phys. Rev. Lett. 10, 277 (1963).
72. R.J.Glauber, Phys. Rev. 130, 2529 (1963); 131, 2766 (1963).
73. Z.Ficek, R.Tanaś, S.Kielich, J.Opt.Soc.Am. B1, 882 (1984); Acta Phys.Polon. A67, 583 (1985).