UAM Seria Fizyka Nr 57 (1987)

MACIEJ KOZIEROWSKI, STANISŁAW KIELICH, RYSZARD TANAŚ

WPŁYW SPRZĘŻENIA ZALEŻNEGO OD LICZBY FOTONÓW NA FLUKTUACJE KWANTOWE W PROCESIE GENERACJI DRUGIEJ HARMONICZNEJ ŚWIATŁA

THE EFFECT OF PHOTON NUMBER DEPENDENT COUPLING ON QUANTUM FLUCTUATIONS IN SECOND-HARMONIC GENERATION

Second-harmonic generation offers a possibility of obtaining of nonclassical electromagnetic fields. It is shown that the photon number dependent coupling constant enhances photon antibunching and squeezing in the fundamental beam and diminishes them in the generated beam.

1. WSTĘP

Doświadczalne odkrycie zjawiska generacji drugiej harmonicznej światła przyjmuje się za narodziny i początek gwałtownego rozwoju optyki nieliniowej. Chociaż od tego wydarzenia minęło już ponad dwadzieścia lat, zjawisko to nadal wzbudza zainteresowanie badaczy-teoretyków, szczególnie w aspekcie nierównoważności jego opisów: klasycznego i kwantowego. Analityczny opis klasyczny generacji drugiej harmonicznej światła podali Armstrong i in. /1/ pokazując, że intensywność wiązki podstawowej maleje monotonicznie wraz z drogą w ośrodku według kwadratu funkcji secans hiperboliczny, zaś intensywność harmoniki wzrasta wtedy w ośrodku niedyssypatywnym zgodnie z kwadratem tangensa hiperbolicznego.

Pierwsze ujęcia kwantowe zjawiska nie wychodziły raczej poza ramy formalnej równoważności obu opisów /2-4/. Crosignani i in. /5/ zakładając, że mod podstawowy pozostaje spójny po przejściu przez ośrodek, otrzymali także rozwiązanie monotoniczne, wskazujące jednak na wolniejsze ubywanie energii wiązki podstawowej niż w opisie klasycznym - zgodnie z funkcją liniową kwadratów secansa i tangensa hiperbolicznego. W ten sposób nawet przy długościach ośrodków dążących do nieskończoności, liczba fotonów wiązki podstawowej nie malałaby do zera z uwagi na poprawkową, w porównaniu z wynikiem klasycznym, funkcję tangens hiperboliczny.

Walls /6/ zwrócił uwagę, że spontaniczna reemisja fotonów z jednej wiązki do drugiej powinna prowadzić, dla dostatecznie długich ośrodków, do rozwiązania oscylacyjnego zmian liczby fotonów obu wiązek, danego dla harmoniki eliptyczną funkcją Jacobiego. Znalazło to potwierdzenie w obliczeniach numerycznych /7,8/. Ostatnio zaś Orszag i in. /9/ w tzw. ograniczonym przybliżeniu wirującej fali, otrzymali ponownie rozwiązanie monotoniczne. Pozostaje ono w jakościowej zgodzie z wynikami Crosignaniego i in. /5/, choć te ostatnie nie wytrzymują próby czasu wobec wyników badań statystyki kwantowej obu wiązek. Okazuje się, że własności statystyczne modu podstawowego doznają istotnych zmian w rozkładzie liczby fotonów. Nie można więc zakładać a priori niezmienności tego rozkładu, co uczyniono w pracy wspomnianych autorów /5/.

Procesy generacji harmonicznych światła oferują właśnie jedną z możliwości otrzymania nieklasycznych pól elektromagnetycznych /10,11/. Wśród nich najistotniejsze znaczenie ma zjawisko generacji drugiej harmonicznej, przedyskutowane przez nas w aspekcie rozgrupowania fotonów /12/, zaś ostatnio przez Mandela /13/ w aspekcie stanów ścieśnionych pola.

2. RÓWNANIA RUCHU

W podejściu „fali wirującej", w dipolowym przybliżeniu elektrycznym przy ścisłym dopasowaniu fazowym proces generacji drugiej harmonicznej jest opisany następującym hamiltonianem oddziaływania:

$$H_I = \hbar c L_{2\omega} a_h^+ a_p^2 + \text{h.s.} \tag{1}$$

gdzie $L_{2\omega}$ oznacza stałą sprzężenia między modem podstawowym (p) i harmonicznym (h), zaś c jest prędkością światła w ośrodku, równą dla obu modów ze względu na dopasowanie fazowe; a^+ i a są odpowiednio operatorami kreacji i anihilacji fotonu.

Stałą sprzężenia traktuje się zwykle jako proporcjonalną do tensora podatności trzeciej rangi i niezależną od liczby fotonów padających na ośrodek. Innymi słowy, proces ten jest opisany znikaniem dwóch fotonów o częstości ω oraz emisją jednego fotonu harmonicznego 2ω. W ogólności jednak stałą sprzężenia można rozpatrywać jako zależną od liczby fotonów modu podstawowego, i w pierwszym rzędzie ograniczyć się do liniowej od nich zależności /14/:

$$L_{2\omega} = L_3 + L_5 \hat{n}_p \tag{2}$$

gdzie $\hat{n}$ jest operatorem liczby fotonów. Stała sprzężenia L_3 jest proporcjonalna do tensora podatności optycznej trzeciej rangi, podczas gdy stała L_5 – do tensora podatności piątej rangi. Proces opisany stałą L_5 zachodzi z absorpcją trzech fotonów ω oraz emisją fotonu 2ω i nowego fotonu ω. Oba procesy, tzn. dane stałymi L_3 i L_5, są praktycznie niezależne. Jedynie w interwałach z pewną określoną liczbą fotonów, np. 4, możliwość ich jednoczesnego zajścia podlega ograniczeniom; w tym konkretnym przypadku mogą wystąpić tylko w kolejności L_5, L_3. Zajście procesu L_3 w pierwszej kolejności eliminuje automatycznie wystąpienie procesu L_5.

Przy nieliniowym oddziaływaniu wiązek ich operatory pola zmieniają się w czasie nie tylko periodycznie przez czynniki eksponencjalne, lecz także przez zależność czasową operatorów kreacji i anihilacji fotonu. Operatory te należy rozpatrywać jako wolnozmienne funkcje czasu. Kwantowe równania ruchu dla operatorów pola wyznaczamy w obrazie Heisenberga z równania:

$$\dot{a} = \frac{i}{\hbar}[H, a] \tag{3}$$

gdzie $H = H_I + H_0$, a H_0 jest hamiltonianem pól swobodnych:

$$H_0 = \hbar\omega\hat{n}_p + 2\hbar\omega\hat{n}_h \tag{4}$$

Z uwagi na zakładany brak dyssypacji energii jest on całką ruchu.

W procesie generacji harmonicznej światła mamy do czynienia z propagacją wiązek w ośrodku. Podstawiając w równaniach (3) $t = -z/c$, gdzie z jest drogą przebywaną przez wiązki w ośrodku, problem wnękowy sprowadza się formalnie do problemu propagacji. Po powyższej zmianie, wobec zależności (2) i (4), otrzymujemy:

$$\begin{aligned} \frac{da_p(z)}{dz} &= 2iL_3a_p^+(z)a_h(z)+iL_5a_p^3(z)a_h^+(z)+3iL_5a_p^{+2}(z)a_p(z)a_h(z), \\ \frac{da_h(z)}{dz} &= iL_3a_p^2(z) + iL_5a_p^+(z)a_p^3(z) \end{aligned} \tag{5}$$

Korzystaliśmy przy tym z faktu, że operatory kreacji i anihilacji fotonów dla dwóch różnych modów komutują. Sprzęgając te równania hermitowsko, otrzymujemy odpowiednie równania ruchu dla operatorów kreacji fotonu. Łącznie więc jest to układ czterech operatorowych równań różniczkowych. Nie jest to niestety układ zamknięty i nie daje się rozwiązać w sposób ścisły. Trzeba posłużyć się rozwiązaniem perturbacyjnym, tj. znaleźć postać interesujących nas operatorów w formie rozwinięcia Taylora względem drogi z przebywanej przez wiązki w ośrodku. Takie rozwiązanie perturbacyjne odpowiada przybliżeniu „krótkich dróg optycznych". W istocie oznacza ono w rozważanym przypadku małą wartość współczynnika konwersji, tj. stosunku liczby fotonów wiązki generowanej do liczby fotonów padających na ośrodek. Operatory wiązki podstawowej należy wyznaczyć z dokładnością do z^2, zaś operatory wiązki harmonicznej z dokładnością do z^4. Chociaż, jak zauważymy dalej, efekt Hanbury Browna i Twissa (HBT) dla wiązki harmonicznej należy obliczać do przybliżenia z^6 włącznie, do wyznaczenia tego przybliżenia wystarczają jednak trzecie pochodne operatorów kreacji i anihilacji fotonu. Pochodne wyższe nie ingerują. Dzieje się to wskutek warunku brzegowego: $\langle n_h(0)\rangle = 0$, co oznacza brak fotonów drugiej harmonicznej na wejściu ośrodka. Warunek ten powoduje zerowanie się wszystkich członów w których pojawiają się pochodne rzędu wyższego niż trzeci. Przy rozpatrywaniu stanów ścieśnionych pola harmoniki należy uwzględnić czwarte pochodne tych operatorów. Jednocześnie w każdym przybliżeniu z bierzemy pod uwagę tylko najniższą – liniową potęgę stałej L_5.

3 ROZGRUPOWANIE FOTONÓW

Postępując zgodnie z powyższym, znajdujemy dla wiązki podstawowej normalnie uporządkowane funkcje korelacji pola pierwszego i drugiego rzędu w postaci:

$$
\begin{aligned}
G_p^{(1)}(z) &= \langle a_p^+(z) a_p(z) \rangle \\
&= G_{p0}^{(1)} - 2L_3^2 z^2 \left\{ G_{p0}^{(2)} + \frac{L_5}{L_3} G_{p0}^{(3)} + \dots \right\} + \dots \\
G_p^{(2)}(z) &= \langle a_p^{+2}(z) a_p^2(z) \rangle \\
&= G_{p0}^{(2)} - 2L_3^2 (z^2 \left\{ 2G_{p0}^{(3)} + G_{p0}^{(2)} + 2\frac{L_5}{L_3}(2G_{p0}^{(4)} + 3G_{p0}^{(3)}) + \dots \right\} + \dots
\end{aligned}
\tag{6}
$$

gdzie $G_{p0}^{(k)}$ oznaczają funkcje korelacji pola na wejściu ośrodka w płaszczyźnie z=0: $G_{p0}^{(k)} = G_p^{(k)}(z=0)$. Znajdujemy stąd dalej:

$$
\begin{aligned}
HBT_p &= G_p^{(2)}(z) - [G_p^{(1)}(z)]^2 \\
&= G_{p0}^{(2)} - [G_{p0}^{(1)}]^2 - 2L_3^2 z^2 \left\{ 2[G_{p0}^{(3)} - G_{p0}^{(2)} G_{p0}^{(1)}] + G_{p0}^{(2)} \right. \\
&\left. \quad + 2\frac{L_5}{L_3} [2(G_{p0}^{(4)} - G_{p0}^{(3)} G_{p0}^{(1)}) + 3G_{p0}^{(3)}] + \dots \right\} + \dots
\end{aligned}
\tag{7}
$$

Wzór (7) pozostaje nadal ogólny w sensie zależności od statystyki światła padającego. Najbardziej interesujący przypadek zachodzi dla spójnego światła padającego. Wtedy funkcje korelacji faktoryzują się: $G_{p0}^{(k)} = \langle n_{p0} \rangle^k$ i wyrażają bezpośrednio przez odpowiednie potęgi liczby fotonów padających na układ $\langle n_{p0} \rangle$. Z postaci wyrażenia (7) prosto wynika, że znikają w nim wtedy wszystkie wyrazy „klasyczne" z najwyższymi potęgami $\langle n_{p0} \rangle$ w nawiasach kwadratowych oraz wyraz przed nawiasem klamrowym, a pozostają tylko wyrazy stricte kwantowe:

$$
HBT_p = -2L_3^2 z^2 \langle n_{p0} \rangle^2 \left\{ 1 + 6\frac{L_5}{L_3} \langle n_{p0} \rangle \right\} \tag{8}
$$

Znak minus wskazuje na efekt rozgrupowania fotonów w wiązce podstawowej, która pierwotnie była spójna. Z klasycznego punktu widzenia wiązka o stałej intensywności musi generować harmonikę o niefluktuującej intensywności; sama pozostaje niefluktuująca, choć o obniżonej intensywności. Zupełnie inaczej wygląda już problem w prezentowanym wcześniej naiwnym obrazie fotonów jako cząstek klasycznych /15/. Oto fotony światła spójnego padałyby na ośrodek w odstępach przypadkowych. Zjawisko generacji, związane z „wyrywaniem" w akcie elementarnym co najmniej dwóch fotonów jednocześnie, zachodzi silniej w interwałach z większą liczbą fotonów. Stąd, prócz zmniejszenia się średniej liczby fotonów, mamy do czynienia z ich „przerzedzaniem", co oznacza tendencję do wyrównywania odległości między nimi. Fakt ten stanowi istotę efektu rozgrupowania fotonów. Jeśli chodzi o wiązkę podstawową, to proces L_5 jest dodatkowym czynnikiem zmniejszającym liczbę fotonów i porządkującym je w wyżej wymienionym sensie, i stąd jego synergistyczny wpływ w wyrażeniu (8).

Wielkością uwolnioną od stałych aparaturowych jest znormalizowany, tj. podzielony przez kwadrat funkcji korelacji pola pierwszego rzędu, parametr HBT^n. Przyjmując dodatkowo w mianowniku: $\langle n_p(z)\rangle \simeq \langle n_{p0}\rangle$, mamy:

$$HBT^n_p = -2L_3^2 z^2 \left\{1 + 6 \frac{L_5}{L_3} \langle n_{p0}\rangle\right\} \tag{9}$$

Parametr znormalizowany, jako niezależny od stałych aparaturowych, przedstawia wyłącznie czyste własności statystyczne pola. Niemniej czasem stosuje się też parametr skalowany: $HBT^s = HBT/\langle n\rangle = HBT^n\langle n\rangle$. Dla wiązki podstawowej, wobec zależności (8) i (9) wynosi on:

$$HBT^s = -2L_3^2 z^2 \langle n_{p0}\rangle \left\{1 + 6 \frac{L_5}{L_3} \langle n_{p0}\rangle\right\} \tag{10}$$

Parametr znormalizowany ma jeden czynnik stały, niezależny od liczby fotonów padających. Parametr skalowany wzrasta z liczbą fotonów przez wzrost obu składników. Drugi wyraz w nawiasie dąży przy tym do granicy określonej przez przebicie optyczne.

Ujemny efekt HBT wiąże się z rozkładem liczby fotonów węższym od rozkładu Poissona. Otóż proces nieliniowy zachodzi silniej na części rozkładu Poissona (spójnej początkowo wiązki) odpowiadającej większej liczbie fotonów. W ten sposób ta część krzywej spłaszcza się i skraca. Powstaje rozkład liczby fotonów węższy od wyjściowego rozkładu Poissona. Jest to inne wytłumaczenie genezy zjawiska rozgrupowywania się fotonów wiązki podstawowej w procesie generacji drugiej harmonicznej.

W przypadku wiązki harmonicznej znajdujemy w przybliżeniu kwadratowym ze względu na z:

$$G_h^{(1)}(z) = L_3^2 z^2 \left\{G_{p0}^{(2)} + 2 \frac{L_5}{L_3} G_{p0}^{(3)} + \ldots\right\} + \ldots \tag{11}$$

W tym przybliżeniu, z wyrażeń (6) i (11) wyraźnie widać, że spełniona jest relacja:

$$\langle n_p(z)\rangle + 2\langle n_h(z)\rangle = \langle n_{p0}\rangle \tag{12}$$

będącą wspomnianą wcześniej całką ruchu w ośrodku niedyssypatywnym. Wyraża ona po prostu zasadę zachowania energii. Oczywiście warunek (12) jest spełniony i w wyższych przybliżeniach z. W przypadku wiązki podstawowej obliczenia można było zakończyć na przybliżeniu kwadratowym. Obecnie funkcję $G_h^{(1)}(z)$ należy - jeśli chodzi o proces główny L_3 - wyznaczyć z dokładnością do z^4, i odpowiednio funkcję $G_h^{(2)}(z)$ z dokładnością do z^6. Składniki przy niższych potęgach z, pochodzące od L_3, zerują się w wyrażeniu opisującym efekt HBT.

$$G_h^{(1)}(z) = L_3^2 z^2 \left\{G_{p0}^{(2)} + 2\,\frac{L_5}{L_3}\,G_{p0}^{(3)}\right\} - \frac{2}{3}\,L_3^4 z^4 \left\{2\,G_{p0}^{(3)} + G_{p0}^{(2)}\right\}$$

$$G_h^{(2)}(z) = L_3^4 (z^4 \left\{G_{p0}^{(4)} + 4\,\frac{L_5}{L_3}\left[G_{p0}^{(5)} + G_{p0}^{(4)}\right]\right\} - \frac{4}{3}\,L_3^6 z^6 \left\{2\,G_{p0}^{(5)} + 3\,G_{p0}^{(4)}\right\} \tag{13}$$

W wyrażeniach przy z^4 i z^6, odpowiednio w $G_h^{(1)}(z)$ i $G_h^{(2)}(z)$ pominięto udział procesu L_5, który daje wkład w efekcie HBT_h już w przybliżeniu z^4. Istotnie, przy padającym świetle spójnym dostajemy z uwagi na zależności (13):

$$HBT_h = 4\,L_3^3\,L_5 z^4\,\langle n_{p0}\rangle^4 - \frac{8}{3}\,L_3^6 z^6\,\langle n_{p0}\rangle^4 \tag{14}$$

Składnik wynikający z procesu L_5 pojawia się nie tylko w niższym przybliżeniu z^4, lecz przede wszystkim wpływa destrukcyjnie na efekt rozgrupowania fotonów, pochodzący z procesu głównego L_3. Po prostych przekształceniach wyrażenia (14), parametr skalowany możemy przedstawić w postaci przybliżonej:

$$HBT_h^s = -\frac{8}{3}\,k^2(z)\left\{1 - \frac{3}{2}\,\frac{L_5}{L_3}\,\frac{\langle n_{p0}\rangle}{k(z)}\right\} \tag{15}$$

gdzie

$$k(z) = \frac{\langle n_h(z)\rangle}{\langle n_{p0}\rangle} \simeq L_3^2 z^2 \langle n_{p0}\rangle \tag{16}$$

jest współczynnikiem konwersji liczby fotonów.

Z (15) wynika jasno, że chociaż przyczynek od procesu L_5 pojawił się w funkcji $G_h^{(2)}(z)$ (13) już w niższym przybliżeniu niż zasadniczy składnik od procesu L_3, to odgrywa on tylko rolę poprawki. Poprawka ta, w porównaniu z wiązką podstawową, jest jednak zwielokrotniona przez odwrotność współczynnika konwersji. Przybliżenie krótkich dróg jest bowiem słuszne przy warunku $k(z) \ll 1$. Efekt rozgrupowania fotonów wynikający z procesu głównego L_3 jest i tak mniejszy niż dla wiązki podstawowej; przed wyrazem klamrowym stoi czynnik ułamkowy w kwadracie, podczas gdy przedtem ten sam czynnik występował w potędze liniowej. Proces L_5 zmniejsza dodatkowo ten efekt. Wytłumaczenie takiej zależności jest oczywiste. Proces opisany stałą L_5 po pierwsze - zwiększa liczbę fotonów, po drugie - będąc procesem praktycznie niezależnym od procesu głównego sprzyja większej przypadkowości w odległościach między nowo powstającymi fotonami. Są to fakty przeciwstawne istocie rozgrupowania fotonów.

4. STANY ŚCIEŚNIONE POLA

Stany ściesnione pola elektromagnetycznego wiążą się z maleniem fluktuacji kwantowych odpowiedzialnych za jego własności fazowe. Pola o stanach ścieśnionych nie mają także odpowiedników klasycznych.

Właściwości fazowe pola są pośrednio odzwierciedlone przez operatory obserwabli („zmiennych kanonicznych") Q i P /16/. Po odpowiednich przekształceniach, korzystając ze związku komutacyjnego: $aa^+ = a^+a + 1$ dla operatorów kreacji i anihilacji fotonu, mamy:

$$\begin{aligned}\langle(\Delta Q)^2\rangle &= 1+2\left\{\langle n\rangle - \langle a^+\rangle\langle a\rangle\right\} + \langle(\Delta a^+)^2\rangle + \langle(\Delta a)^2\rangle \\ \langle(\Delta P)^2\rangle &= 1+2\left\{\langle n\rangle - \langle a^+\rangle\langle a\rangle\right\} - \langle(\Delta a^+)^2\rangle - \langle(\Delta a)^2\rangle\end{aligned} \tag{17}$$

W rozważanych przez nas przybliżeniach: z^2 dla wiązki podstawowej i z^4 dla harmoniki, przy padającym świetle spójnym zachodzi dla obu modów:

$$\langle n_{p,h}\rangle - \langle a^+_{p,h}\rangle\langle a_{p,h}\rangle = 0 \tag{18}$$

Oznacza to, że w tych przybliżeniach wyrażenia (17) mają postać:

$$\begin{aligned}\langle(\Delta Q)^2\rangle &= 1 + A \\ \langle(\Delta P)^2\rangle &= 1 - A\end{aligned} \tag{19}$$

co mogłoby w dalszym ciągu sugerować naruszenie zasady nieoznaczoności; iloczyn wariancji (19), jako różnica kwadratów jedynki i A, byłby mniejszy od jedności. Zauważmy jednak na przykładzie wiązki podstawowej, że A^2 zależy już od wyrazów zawierających z^4. W tym przybliżeniu również - gdyby wchodziło w grę badanie zasady nieoznaczoności - należałoby wyznaczyć wartość lewej strony wyrażenia (18). Nietrudno sprawdzić, że w przybliżeniu z^4 wyrażenie (18) jest dodatnie i większe od A^2, co wskazuje, że w tym przypadku iloczyn interesujących nas wariancji będzie większy od jedności. Podobnie ma się sprawa dla harmoniki.

Dla wiązki podstawowej obliczamy dalej:

$$\langle[\Delta Q_p(z)]^2\rangle = 1-2k(z)\left\{1+6\frac{L_5}{L_3^2}\langle n_{p0}\rangle\right\}\cos 2\Theta \tag{20}$$

$$\langle [\Delta P_p(z)]^2 \rangle = 1+2k(z)\left\{\ldots\right\}\cos 2\theta$$

gdzie θ jest fazą początkową amplitudy zespolonej α_{p0} i $\alpha_{p0} = |\alpha_{p0}|e^{i\theta}$ oraz $|\alpha_{p0}|^2 = \langle n_{p0} \rangle$. Widać wyraźnie, że zależnie od fazy początkowej fluktuacje jednej lub drugiej obserwabli są mniejsze od wartości granicznej (jedności), a tym samym pole modu podstawowego będzie zawsze w stanie ścieśnionym ze względu na Q lub P. Wynik (20), przy położeniu $L_5=0$, przechodzi w wynik Mandela /13/. Maksymalne „ścieśnienie" otrzymamy dla cos 2θ = 1 lub −1. Nietrudno zauważyć, że odstępstwo od jedności byłoby wtedy dokładnie równe parametrowi skalowanemu HBT_p^s. Innymi słowy, wpływ procesu L_5 na przebieg zmian fluktuacji Q i P jest analogiczny jak w przypadku efektu rozgrupowania fotonów, tzn. wzmacniający proces główny L_3.

Zwykle wielkości Q i P są definiowane ze współczynnikiem 1/2. Wtedy prawe strony równości (20) musiałyby być podzielone przez 4. Jednakże wielkości znormalizowane pozostałyby bez zmian.

W przypadku harmoniki, podobnie jak w efekcie rozgrupowania fotonów, proces L_5 przeciwdziała procesowi L_3 wytwarzającemu stany ścieśnione pola harmoniki:

$$\begin{aligned} \langle [\Delta Q_h(z)]^2 \rangle &= 1 + \frac{4}{3}k^2(z)\left\{1-3\frac{L_5}{L_3}\frac{\langle n_{p0}\rangle}{k(z)}\right\}\cos 4\theta \\ \langle [\Delta P_h(z)]^2 \rangle &= 1 - \frac{4}{3}k^2(z)\left\{\ldots\right\}\cos 4\theta \end{aligned} \qquad (21)$$

Rozkład znaków w wariancjach (20) i (21) jest „krzyżowy". Oczywiście znaki końcowe zależą od wartości fazy θ, a ta występuje w obu wyrażeniach z różnymi współczynnikami.

Z prostej analizy wzorów (20) i (21) wynika, że możliwe są jednocześnie stany ścieśnione pól obu wiązek ze względu na wszystkie kombinacje obserwabli:

Q_p i Q_h dla $\theta \in (\pi/8, \pi/4)$;

Q_p i P_h dla $\theta \in (0, \pi/8)$;

P_p i Q_h dla $\theta \in (\pi/4, 3\pi/8)$;

P_p i P_h dla $\theta \in (3\pi/8, \pi/2)$.

Druga harmonika jest jedyną, dla której można uzyskać jednoczesne zmniejszenie wariancji Q_h i wariancji P_p /11/. Wyższe harmoniki takiej możliwości nie dają.

Reasumując, efekt rozgrupowania fotonów i stany ścieśnione pola powinny być łatwiej obserwowalne w wiązce podstawowej. W tym przypadku przyczynki od procesu głównego L_3 są większe niż w generowanej harmonice, a ponadto istnieje synergistyczny wpływ pochodzący w ogólności od wyższego rzędu nieliniowości ośrodka, co na przykładzie tensora podatności piątej rangi pokazano w tej pracy. Wyniki dają się łatwo uogólnić na zjawiska generacji wyższych harmonicznych /10, 11/. Ze względu na to, że istotniejsze zmiany w przebiegu fluktuacji kwantowych zachodzą dla wiązki podstawowej, ograniczymy się dalej do tego przypadku.

5. PROCESY GENERACJI WYŻSZYCH HARMONICZNYCH

Proces generacji k-tej harmonicznej światła ($k\omega$), z uwzględnieniem w pierwszym przybliżeniu wpływu liczby fotonów na stałą sprzężenia, opisuje hamiltonian oddziaływania:

$$H_I = L_{k+1}\, a_p^k\, a_{k\omega}^+ + L_{k+3}\, a_p^+\, a_p^{k+1}\, a_{k\omega}^+ + \text{h.s.} \tag{22}$$

przy czym stałe sprzężenia L_{k+1} i L_{k+3} zależą odpowiednio od tensorów podatności rangi k+1 i k+3 /17/.

Ewolucja operatorów anihilacji fotonu a_p i $a_{k\omega}$ wzdłuż drogi z dana jest równaniami:

$$\frac{da_p(z)}{dz} = ikL_{k+1}a_p^{+k-1}a_{k\omega} + i(k+1)L_{k+3}a_p^{+k}a_p a_{k\omega} + iL_{k+3}a_p^{k+1}a_{k\omega}^+$$

$$\frac{da_{k\omega}(z)}{dz} = iL_{k+1}a_p^k + iL_{k+3}a_p^+a_p^{k+1} \tag{23}$$

Obliczając jeszcze drugą pochodną a_p według równania (3), i korzystając przy tym z drugiego z równań (23), znajdujemy przy warunku braku fotonów modu harmonicznego na wejściu ośrodka:

$$G_p^{(1)}(z) = G_{p0}^{(1)} - kL_{k+1}^2 z^2\, G_{p0}^{(k)} \left\{1 + 2\,\frac{L_{k+3}}{L_{k+1}}\,\frac{G_{p0}^{(k+1)}}{G_{p0}^{(k)}}\right\} \tag{24}$$

Przy padającym świetle spójnym:

$$G_p^{(1)}(z) = \langle n_{p0}\rangle - kL_{k+1}^2 z^2 \langle n_{p0}\rangle^k \left\{1+2\,\frac{L_{k+3}}{L_{k+1}}\langle n_{p0}\rangle\right\} \tag{25}$$

a parametr skalowany HBT_p^s wynosi:

$${}^{k\omega}HBT_p^s = -(k-1)k\, L_{k+1}^2 \langle n_{p0}\rangle^{k-1} z^2 \left\{1 + 2\,\frac{k+1}{k-1}\,\frac{L_{k+3}}{L_{k+1}}\langle n_{p0}\rangle\right\} \tag{26}$$

Indeks $k\omega$ z lewej strony u góry wskazuje na rząd procesu generacji ($k \geqslant 2$).

Z kolei zmiany wariancji zmiennych kanonicznych wyrażają się również bezpośrednio przez powyższy parametr:

$$\langle [\Delta^{k\omega} Q_p(z)]^2 \rangle = 1 - {}^{k\omega}HBT_p^s \cos 2\theta$$
$$\langle [\Delta^{k\omega} P_p(z)]^2 \rangle = 1 + {}^{k\omega}HBT_p^s \cos 2\theta \qquad (27)$$

Wpływ wyższego rzędu podatności maleje wraz z rzędem procesu przez czynnik k+1/k-1; dla generacji drugiej harmonicznej wynosi on 3 i maleje do 1 dla dużych k.

Analiza interesujących nas efektów kwantowych w generacjach wyższych harmonicznych jest o tyle ważna, że druga harmoniczna jest generowana w elektrycznym przybliżeniu dipolowym tylko w ośrodkach bez makroskopowego centrum symetrii. W ośrodkach z centrum symetrii można jednak generować harmoniki nieparzystego rzędu - przede wszystkim trzecią harmoniczną. Obecnie obserwuje się nawet dziewiątą harmoniczną generowaną bezpośrednio.

W ogólności zwiększenia efektu rozgrupowania fotonów i „ścieśnienia" można szukać w procesach generacji kaskadowej. Każdy kolejny proces nie będzie wywołany światłem spójnym, lecz światłem o częściowo już rozgrupowanych fotonach i o polu w stanie ścieśnionym /18/. Warto w tym miejscu nadmienić, że otrzymano już tym sposobem dwudziestą ósmą harmoniczną wiązki początkowej.

Zjawiska generacji należą do tych procesów, które oferują możliwość jednoczesnego ujawnienia obu tych czysto kwantowych własności pola elektromagnetycznego, jakimi są korpuskularne i falowe oblicze fotonów.

Praca wykonana na zlecenie CPBP 01.06.

LITERATURA

1. Armstrong, J.A., Bloembergen, N., Ducuing, J., Pershan, P.S., Phys. Rev., 127, 1918 (1962).
2. Shen, Y.R., Phys. Rev., 155, 921 (1967).
3. Agarwal, G.S., Optics Comm., 1, 132 (1969).
4. Echtermeyer, B., Z. Phys., 246, 225 (1971).
5. Crosignani, B., Porto, P., Solimeno, S., J. Phys., A5, L119 (1972).
6. Walls, D.F., Phys. Letters, A32, 476 (1970).
7. Walls, D.F., Tindle, C.T., Lett. Nuovo Cimento, 2, 915 (1971); J. Phys., A5, 534 (1972).
8. Mostowski, J., Rzążewski, K., Phys. Letters, 166, 275 (1978).
9. Orszag, M., Carrazana, P., Chuaqui, H., Optica Acta, 30, 259 (1983).
10. Kielich, S., Kozierowski, M., Tanaś, R., Coherence and Quantum Optics IV, eds. L.Mandel and L.Wolf, Plenum Press, New York, 1978.
11. Kozierowski, M., Kielich, S., Physics Letters, A94, 213 (1983).
12. Kozierowski, M., Tanaś, R., Optics Commun., 21, 229 (1977).

13. Mandel, L., Optics Commun., 42, 437 (1982).
14. Kasprowicz-Kielich, B., Kielich, S., Zawodny, R., Acta Phys. Polonica, A49, 521 (1976).
15. Kozierowski, M., Kvantovaya Elektronika, 6, 1157 (1981).
16. Kozierowski, M., Kielich, S., Tanaś, R., Spektroskopia wielofotonowa, UAM, Poznań, 1984, s. 3.
17. Kielich, S., Acta Phys. Polonica, 29, 875 (1966).
18. Chmela, P., Optics Commun., 42, 201 (1982).